4.3. Pensamiento matemático

4.3.1 Definición preliminar

Que las matemáticas son lógica aplicada es tan obvio que no nos detenemos en su argumento. Que las matemáticas en su forma actual -o más bien riqueza de formas- son "un sistema lógicamente coherente de sentencias objetivas" no es tan inmediatamente obvio.

1. Su tormentoso desarrollo hace que una sola persona difícilmente pueda supervisar su totalidad.

2. El problema es el término "objetivo". Las opiniones difieren en función de la metafísica que se manifieste en él. El nominalista lo calificará fácilmente como una construcción de la mente que "cuelga en el aire", por así decirlo, a menos que existan aplicaciones matemáticas adicionales. El abstraccionista lo ve como una forma propia de realidad en sí misma, mientras que el ideativista ve en él una realización de ideas. En cualquier caso, los fundadores de la logística eran esencialmente platonistas.

Cantidad: - Ch. Lahren *Logique*, París, 1933-27, 559 / 569 (*Les sciences mathématiques*) afirma: "Las matemáticas son la ciencia de la cantidad".

Lahr define "cantidad" tanto como cantidad matemática numérica como cantidad matemática espacial. -Nota :Muy brevemente considerando el enorme número de ecuaciones matemáticas que toman como forma básica el diferencial "mayor que / igual a / menor que". Lo que claramente debe entenderse cuantitativamente. Para la geometría o la matemática espacial, lo cuantitativo es evidente a su manera.

Una nueva definición. - P.J. Davis / R. Hersh*l' Univers mathématique*, París, 1985, 6 dice: una definición ingenua, en su lugar en el diccionario y adecuada como primera aproximación, reza: "Las matemáticas son la ciencia de la cantidad y del espacio".

1. Los autores añaden: "... así como del sistema de símbolos que vincula cantidad y espacio".

2. Sostienen además que a. esa definición "descansa sobre verdaderas bases históricas" y que la convierten en su punto de partida para luego b. describir la evolución de las matemáticas desde los últimos siglos y las diferentes interpretaciones de las matemáticas en la ampliación de la definición. - Queda que la aritmética (aspecto cuantitativo) y la geometría (aspecto espacial) para Davis y Hershsiguen siendo puntos de partida por razones históricas y prácticas.

Una definición sustantiva de las matemáticas en sus formas actuales debe entenderse entonces más bien como un cierto lema, es decir, una definición provisional.

4.3.2 Pruebas matemáticas y no matemáticas.

Muestra bibliográfica: J. Chlebny., *les maths font leur preuves*, en Journal de Genève, Gazette de Lausanne 10/11.09.1994. - En el 22º Congreso Internacional de Matemáticas (Zúrich), se concedió a P.L. Lions (1956) la mención de honor Fields por sus meritorios trabajos en el campo de las matemáticas aplicadas.

Distinción entre pruebas matemáticas y no matemáticas. - Vea aquí cómo Lions lo expresa de esta manera. - "Si los matemáticos a veces no son muy populares entre algunos científicos, se debe a la gran importancia que los matemáticos conceden a la demostración.

1. *Matemáticas*. - "Las matemáticas son la única ciencia que proporciona pruebas definitivas e irrevocables, basadas en un tipo de reducción que conduce a un resultado indiscutible". Así Chlebny.

2. *No es matemática*. - "Las demás ciencias sujetas ponen a prueba una teoría contrastándola con alguna experiencia. Éstas implican inevitablemente inexactitudes.

Modelo aplicativo. - Según la física, la caída de los cuerpos se rige por una ley muy simple. Sin embargo, la observación en sí misma no es una prueba. Hay que tener en cuenta, por ejemplo, el rozamiento del aire, el tiempo necesario para que reaccionen los aparatos utilizados.

Así que la ley, aunque teórica, no puede probarse con precisión. - Hasta aquí el informe de Clebny.

Nota - Es cuestionable que todos los físicos estén de acuerdo. Sin embargo, es un hecho que las pruebas no matemáticas (de una ley, de una teoría, por ejemplo) son situacionales, es decir, se producen en un contexto de circunstancias con la influencia de otros. Mientras que las pruebas matemáticas tienen lugar fuera de tales situaciones, - puestas sobre el papel en la mente pura.

Nota - Ch. Lahr, *Logique*, París, 1933-27, 566/569, (*la démonstratrice*), dice que los principales tipos de razonamiento en matemáticas son los siguientes.

1. Deductivo. Los axiomas y las proposiciones derivadas de dichos axiomas sirven de base suficiente para la deducción lógicamente rigurosa de otras conclusiones a partir de ellos.

2. Reductivo: se plantea (como lema) un teorema que hay que demostrar y, a continuación, se demuestra paso a paso (algorítmicamente) (como análisis).

Nota: Esto es correcto en una matemática empírica, pero dentro de un sistema axiomático-deductivo este segundo tipo, llamado reductivo, equivale a una prueba deductiva basada en los axiomas y teoremas deducidos de ellos. - Pensemos en la llamada inducción matemática, por ejemplo

4.3.3 Inducción matemática

Muestra bibliográfica: W.St. Jevons, *Logica*, 168/171. Nos detenemos a considerar lo que dice el autor.

Inducción geométrica. EuclidesElementos, 1: 5, afirma: "Los ángulos de la base de un triángulo isósceles son iguales entre sí". Nota: Son el modelo metafórico o igual del otro. Demostración. Se dibuja correctamente un triángulo isósceles. Se demuestra que si los lados son iguales, entonces los ángulos opuestos son necesariamente iguales. Observación: los ángulos opuestos son modelos metonímicos o de coherencia de los lados porque, aunque no son semejantes, están relacionados con ellos (y proporcionan información sobre sus lados, (cf. 6.9)). Euclides lo deja en esta única muestra. El triángulo único es un paradigma, de modo que en ese modelo único y a través de él se resumen todos los modelos posibles. Que esto sea posible depende del requisito absoluto - ceteris paribus - de que se trate de triángulos isósceles. En otras palabras: la inducción sumativa se limita aquí a una sola muestra con la condición de triángulos isósceles. Por tanto, una inducción amplificativa está lógicamente justificada.

Inducción matemática numérica. Jevons da un paradigma. Dados: los dos primeros números impares consecutivos, 1 y 3. Si se suman, su suma es 1+3 = 4 = 2 x 2. Dados: tres números iguales, 1 + 3 + 5, cuya suma es 9 = 3 x 2. Si se suman, su suma es 1+3 = 4 = 2 x 2. Dados: tres números semejantes, 1 + 3 + 5, cuya suma es 9 = 3 x 3. Análogamente: 1 + 3 + 5+ 7 = 16 = 4 x 4. ¡Ya se ve la "regla"! Se trata de una inducción sumativa (tres muestras), resumida en la afirmación "Hasta ahora, la suma de todos los números tales (nótese nuestro término 'tales', que es semejanza) es igual a la segunda potencia del número de números". Ahora sigue la inducción amplificativa gracias a la algebrización (números de letras).

Dado: n número de números impares consecutivos, empezando por 1.

Hipótesis: "La ley establecida se mantiene hasta el enésimo término inclusive".

Eso da: 1+3+5+7+ ... (2n-l) = n^2.

Esto se aplica ahora al sucesor 2n+1: 1+3+5+7+ ... (2n-l) + (2n+l).

La suma de este último número con todos los anteriores es idéntica a $(n+l)^2$.

Decisión general: "Si la ley se cumple para n términos, entonces la ley también se cumple para n+ 1 términos". Se habla de "decisión general", donde "general" interpreta la inducción que amplía el conocimiento.

observación de Jevons. La única diferencia con la inducción geométrica anterior es que los casos elegidos son los primeros del conjunto de enteros por razones de claridad. Se hace hincapié en la pequeñez del número de pruebas elegidas. Como inducciones sumativas, bastan con una condición, a saber, que proporcionen certeza lógica.

Nota: Fundamentalmente, los paradigmas elegidos deliberadamente son paradigmas azarosos cuya encuestabilidad suscita preferencia. Pero no hay nada más: puesto que representan una "ley" general, son fundamentalmente azarosos porque lo que es cierto para los ejemplos elegidos es cierto para cualquier otra muestra. u, "inducción" en uno de sus principales significados significa "muestreo". En los casos matemáticos anteriores, desempeñan el papel de muestras paradigmáticas en las que en y a través de lo singular puede captarse lo universal.

4.3.4 Definición axiomática

Muestra bibliográfica: A. Virieux-Reymond, *L'épistémologie*, PUF, 1966, 48/52 (*La méthode axiomatique*). G. Peano (1858/1932), uno de los fundadores de la logística, definió el concepto de número entero positivo de la siguiente manera.

GG. Los términos lógicos "clase" (conjunto), "miembro de una clase" (instancia) e "implicación" (vinculación: si, entonces); los términos matemáticos numéricos "número", "0", "1, 2 ..." instancias de número), "a, b ... " (números de letras) son "supuestamente conocidos" (fenómeno o dado).

GV. Definición que establece tanto el contenido como el alcance (este último deductivamente) del concepto "entero positivo". La OPL aparece en las siguientes frases.

- 1. El sucesor de un número. Si a es un número, entonces a+ (entiéndase: a+ 1), es decir, el sucesor de a, también es un número.

- 2. Dos números indistinguibles tienen también dos sucesores indistinguibles. Si a y b son números y a+ es igual a b+, entonces a es igual a b.

- 3. Inducción matemática. Si s es una clase de la que 0 es miembro y todo miembro de s tiene un sucesor dentro de la clase s, entonces todo número es miembro de s. Observación Si una propiedad es una característica de 0 como miembro de la clase s y si esa propiedad es también una característica del sucesor de 0, entonces es una característica de todos los números de esa clase.

O dicho de otro modo, la propiedad en cuestión es una propiedad común a todas las instancias del término en cuestión. - Se generaliza a partir de 0 y 0+ a todos los demás miembros de la clase (concepto) S.

- 4. El número entero positivo. Si a es un número, entonces a+ (el sucesor de a) no es 0.

Abreviado. 1. 0 es un número. 2. El sucesor de un número es un número. 3. 3. Varios números no pueden tener el mismo sucesor. 4. El 0 no es el sucesor de ningún número. 5. Inducción matemática (véase más arriba).

Sistema. Aunque las sentencias - axiomas - son mutuamente irreductibles (y por tanto independientes entre sí, si no hay redundancia), sin embargo sólo son válidas colectivamente y deben ser mutuamente consistentes (libres de contradicción). Sólo así forman un sistema lógico. Estos axiomas son una definición tal que el contenido, todo el contenido y sólo todo el contenido del concepto "entero positivo" es distinguible del resto de todo lo que es.

Magnitud. Como el 0 es un número, la formación de decenas, centenas, etc. es posible dentro del sistema, pero como el 0 no es el sucesor de ningún número, los números negativos - dentro del sistema, es decir- son inconcebibles ("inexistentes"). El alcance cambia si eliminamos la frase "Si a es un número, entonces a+ no es 0" y la sustituimos por "0 es el sucesor de -1 ", entonces -como se dice- el sistema se debilita y los números negativos pasan a ser 'concebibles' dentro de ese sistema más extenso que entonces es en realidad otro sistema. El tamaño al que se refiere el contenido se muestra por la totalidad de todas las operaciones aritméticas posibles que permiten los axiomas, y que constituyen su infinita riqueza.

Se ve que el sistema que constituye la definición es un concepto cuyo contenido se expresa en las frases y cuyo alcance se revela por las operaciones (deducciones) que son posibles a partir de la definición. Junto con la definición, el conjunto de todas las deducciones forma un "sistema axiomático-deductivo".

4.3.5 El método axiomático-deductivo aristotélico

Muestra bibliográfica: E.W. Beth, *De wijsbegeerte der wiskunde van Parmenides tot Bolzano*, Amberes/Nimega, 1944, 63vv. El autor trata la noción de "método axiomático - deductivo" con Aristóteles en el contexto de sus nociones de matemáticas de la época. Llama a esto "teoría aristotélica de la ciencia" frente a la cual hay que señalar que además de la ciencia deductiva Aristóteles también conocía la ciencia reductiva.

Definición de "ciencia deductiva". Incluye como definición de concepto lo siguiente W es la abreviatura simbólica de un sistema de oraciones tales que:

1. todas las sentencias de W se aplican a un ámbito (área) definido de datos (objetos) "reales";

2. todas las frases de W son "verdaderas";

3. si algunas sentencias pertenecen a W, cualquier inferencia lógica a partir de esas sentencias también pertenece a W;

4. se puede designar un número finito de términos tal que:

a. el significado de estos términos no necesita más explicación;

b. el significado de todos los demás términos que aparecen en W puede describirse utilizando únicamente estos términos;

5. existe un número finito de sentencias en W tales que:

a. la verdad de estas frases es evidente;

b. todas las demás oraciones de W son lógicamente deducibles de estas oraciones. Bethse reduce a esto:

- Re 1. Que interpreta el "realismo" platónico-aristotélico.

- Re 3. Esto define el método deductivo.

- Re 4b y 5b. Esto define, según Bethsimilitud y coherencia, lo que Platón llamaba llamaba 'stoicheiosis' (doctrina de los elementos).

Crítica. Ésta se reduce a lo siguiente. El "realismo" debe entenderse en el sentido estrictamente ontológico de "la convicción de que todo lo que no es nada sino algo es "real"". Así, la expresión "ax + b = c" no es nada sino algo y, por tanto, ontológicamente algo real. La estoiqueiosis puede definirse de forma más amplia que la mera teoría relativa a los "primeros axiomas" de un método deductivo. Esto se expone en otra parte de este libro (cf. 9.2) como la teoría del orden de Platón basada en la semejanza.como la teoría del orden de Platón basada en la semejanza y la coherencia. Pero hay que admitirlo: la aplicación aquí es un caso de esto: las oraciones de un relato axiomático deductivo forman un sistema de semejanza y coherencia.

- Re 4a y 5a. Esto se llama "el postulado probatorio". Se puede discutir sobre lo que significan en el lenguaje de Aristótelesde Aristóteles "no necesita más explicación" y "ser evidente". En esto está obligado a estar limitado por el tiempo. Pero en otro lugar (cf. 1.2.4) discutimos la mala interpretación por parte de los erísticos (especialmente Electra) de la noción de obviedad de Aristóteles. Una teoría más reciente de los axiomas sí especifica con mayor precisión lo que debe entenderse por "no necesitar más explicación" en ese contexto. Toda la cuestión es: "Aristóteles, si lo interpretamos como lo muestran sus obras, ¿rechazaría estas precisiones más recientes?". Que no hiciera afirmaciones, por ejemplo, sobre el origen (inducción, abstracción) de los axiomas, sólo significa que, como todo pensador, no previó, y mucho menos respondió, a todas las preguntas que se plantearon después de él.

Conclusión. Su definición del método axiomático-deductivo, sujeta a precisiones, es esencialmente válida.

4.3.6 El sistema axiomático deductivo entendido ontológicamente.

Muestra bibliográfica: St. Barker, *Philosophy of Mathematics*, Englewood Cliffs 5N.J.), 1964, 23 ss. (Términos.Axiomas); - E.W.Beth *De wijsbegeerte der wiskunde*, Antw./Nijmeg., 1944, 63 ss. (The Aristotelian Theory of Science).- Resumiendo estas obras y mejorándolas si es necesario, la estructura del sistema de juicios basado en axiomas y elaborándolos deductivamente se reduce a lo siguiente.

1. Un sistema axiomático-deductivo incluye:

a. un número finito de nociones básicas ("términos primitivos") que se presuponen no demostradas pero que no se eligen sin razón suficiente (aunque sea provisional) (como vimos en la definición de Peano del número entero positivo);

b. un número finito de proposiciones básicas ("teoremas primitivos" o axiomas, igualmente no demostrados pero no sin al menos una razón suficiente provisional postulada. Así Barker diceo.c., 24 (geometría euclidiana) que David Hilbert (1862/1943) presupuso los conceptos "punto / línea / plano / incidente / entre / congruente" y E.V. Huntington sólo "esfera / encerrar en" como conceptos básicos para toda la geometría euclidiana.

2. A partir de esto, si el sistema "se cierra", todas las proposiciones que exponen el alcance del contenido del concepto deben derivarse de forma estrictamente deductiva demostrable.

Los puntos 1 y 2 justifican la denominación "axiomática deductiva".

Verdad de tales sistemas: - Aristóteleshablando de tales sistemas axiomáticos - deductivos, sostiene que contienen la verdad objetiva - ontológicamente comprensible. Esto es a menudo puesto en duda por intelectuales no suficientemente familiarizados con el lenguaje ontológico. Doch ver aquí:

1. Griego antiguo (alètheia en griego) alètheia, desocultamiento, es ante todo un concepto puramente fenomenológico. Por ello, quienes se dedican a la axiomática y a la deducción a partir de ella parten de datos (fenómenos, es decir, lo que se muestra directamente, es decir, la verdad en sentido estrictamente fenomenológico).

2. Incluso las construcciones mentales más extrañas y fantásticas, en la medida en que no son contradictorias en sí mismas, son "formae", realidades, beingnesses, no-nobles y, por tanto, dentro del lenguaje estrictamente ontológico, "objetivas". Ambas propiedades mencionadas de los sistemas axiomático-deductivos hacen que juntos muestren la "realidad objetiva" a su manera, es decir, la realidad en sentido ontológico.

Esto explica por qué D. Van Dale(*Philosophical Foundations of Mathematics*, Assen / Amsterdam, 1978-4), puede plantear la muy sensata pregunta "¿Existen los conjuntos? (Pregunta de existencia) y "¿Qué son los conjuntos?". (pregunta de esencia). Pero eso es pura ontología, es decir, productos mentales matemáticos.

4.3.7 Pruebas completas

En griego antiguo "epicheirèma" (planteamiento, base de funcionamiento). Aristóteles define 'epicheirèma' como "argumento breve". Con ello se refiere a un silogismo en el que cada preposición está provista de una prueba. Si atendemos a esto, puede definirse del siguiente modo: "Una serie de operaciones de razonamiento (concepto básico), en un orden que paso a paso incluye todas y preferiblemente sólo todas las razones (concepto añadido) de tal modo que se proporciona una prueba completa (concepto definido)".

Nota: (1) El subtérmino "todo y sólo todo" en la definición anterior muestra que implica una inducción sumativa o aristotélica. (2) Un proceso frecuente en matemáticas e informática, el "algoritmo", es un tipo de ella. En el siglo XII, las reglas de cálculo (adoptadas de la India) del matemático islámico Al Chwarizmi se tradujeron al latín con el título "Algorismi de numero Indorum". El término "algoritmo" se remonta a esa época. También significa "una serie intencionada de operaciones de pensamiento lógicamente sólidas". Damos un par de ejemplos. En ambos casos se trata de interpretar una prueba deductiva.

Legal. M. T. Cicerón (-106/-43), en su Pro Milone (Discurso a favor de Milo), desarrolla una prueba paso a paso y ésta tiene forma de silogismo.

Prem. 1. Para todos los casos, es justificable en conciencia matar a un agresor injusto - por motivos de legítima defensa - él mismo primero. Prueba. (a) La ley natural (significa: las reglas de conciencia impartidas con la naturaleza general del hombre como ser humano), (b) la ley positiva (también 'estelar') (significa: leyes introducidas por los seres humanos) justifican tal autodefensa.

Nota: Cicerón postula un axioma o "principio" ético-jurídico sobre la moralidad y la legalidad.

Prem 2. Pues Clodio, que amenazó a Milo, era un agresor tan injusto. Pruebas. (a) el pasado delictivo de Clodio ("sus antecedentes"), (b) su dudosa escolta, (c) las armas encontradas son pruebas de su injusticia en el asunto. Nota: La situación de Milo como injustamente atacado es una aplicación singular del axioma universal expuesto en Prem 1. Inmediatamente queda claro el carácter deductivo del razonamiento de Cicerónes evidente.

Concl. Así que a Milo se le permitió matar a Clodio primero.

Matemáticas. Muestra bibliográfica: J. Anderson / H. JohnstoneJr., *Natural Deduction (The Logical Basis of Axiom Systems),* Belmont (Cal.), 1962,4.

Demostrar: $x((y + z) + w) = (xy + xz) + xw$.

Los axiomas ya dados incluyen: $x (y + z) = xy + xz$.

1. Basado en el axioma: $x((y + z) + w) = x (y + z) + xw$.

2. Basado en el mismo axioma: $x(y + z) + xw = (xy + xz) + xw$.

Lo cual era demostrable.

El auhor: "Una afirmación matemática se demuestra exhibiéndola como consecuencia de suposiciones".

Nota: Inmediatamente, esto proporciona un minúsculo espécimen de lo que se denomina "razonamiento axiomático-deductivo": utilizando axiomas, se razona desde una fórmula dada hasta una fórmula a demostrar (exigir). En términos puramente lógicos, entre el razonamiento de Cicerón(a partir de un axioma razona sobre si Milo actuó en conciencia o no) y el de Anderson / JohnstoneJr. (sobre la base de un axioma razonan sobre si la fórmula solicitada es demostrable o no) no difieren sustancialmente. En ambos casos, se razona paso - por - paso en un orden concluyente, el 'epicheirèma' mencionado por Aristóteles llamado 'epicheirèma', es decir, planteamiento estrictamente lógico.

4.3.8 Análisis (literal)

Muestra bibliográfica: O. Willmann., *Geschichte des Idealismus*, III (Der Idealismus der Neuzeit), Braunschweig, 1907-2, 48ss. El P. Viète (latín: Vieta; 1540/1603) era un platonista, familiarizado con el método lemático-analítico: se pretende que lo GV (solicitado, buscado, lo desconocido) estaba ya GG (dado, conocido) y se introduce lo ya dado, en forma de lema o "prolèpsis". En matemáticas, por ejemplo, ese lema se denota por 'x'

Aritmética numérica. "Logística numerosa". Antes de Viète, las matemáticas occidentales prácticamente sólo conocían la aritmética numérica. Así, por ejemplo, "3+4 = 7".

Matemáticas de letras. "Logística speciosa". En su In artem analyticam isagoge (Introducción al análisis), Viète trabajó con ideas platónicas, en latín "species". Se obtiene así la "aritmética ideativa". Una idea es un conjunto universal. Consecuencia: en lugar de trabajar con números singulares o incluso particulares, trabajó con números universales. El siguiente diagrama aclara la evolución.

LENGUAJE SENCILLO	LENGUAJE NUMÉRICO	LENGUAJE LITERAL
La suma de dos números	3 + 4 = 7	a + b = c
no operatorio	operatorio operatorio	
universal	no universal	universal

I.M. Bochenski, *Wijsgerige methoden in de moderne wetenschap*, Utr./Antw., 1961, 55v. (Sentido eidético y operativo), lit.

(a) Un signo tiene significado "eidético" si se conoce la realidad a la que se refiere (se conoce la interpretación semántica).

(b) Un signo sólo tiene significado "operativo" si se sabe cómo operar con él sin pensar en su significado eidético o semántico. "No sabemos lo que significa el signo, pero sí sabemos cómo operar con él". (O. c., 55).

Este último es claramente el caso del lenguaje numérico (no - universal) pero abrumadoramente el caso del lenguaje de las letras (universal) porque las letras son "rellenables" por - en principio - cualquier número. Lo que, a la inversa, no es el caso.

Si se conoce el significado eidético -por ejemplo, 3+4-, se dispone inmediatamente de un significado operativo (por ejemplo, 3+4=7). No al revés: se puede asignar un significado operativo a un signo sin ningún significado semántico (por ejemplo, a+b=c).

Sintaxis lógica. - Así, Viète fundó una sintáctica (= matemática operatoria) con sus letras como lemas. El análisis es, pues, la elaboración de lo que se puede hacer con esos lemas (cáscaras vacías) relativos a las operaciones matemáticas - lógicamente justificadas. Así surgió, por ejemplo, la geometría analítica". El nombre da fe del método analítico lemático.

Los que son puramente operativos trabajan con lemas de un tipo especial: se conoce el contenido general (por ejemplo, a como número conocido), pero como una cáscara vacía a la espera de ser rellenada (por ejemplo, a como 3).

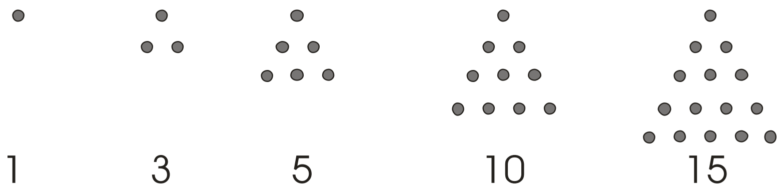
El proceso de Viète es doblemente platónico.

1. El proceso es ideacional, porque trabaja con ideas como cáscaras vacías de alcance universal (por ejemplo, a representa todos los números posibles como rellenos) y, por tanto, con conjuntos.

2. Las ideas son ipso facto lemas, empleables en el curso de un análisis precisamente en virtud de los rellenos y operaciones correspondientes (lo que muestra el carácter operativo de las ideas matemáticas). - El propio Viète dice: "El análisis es trabajar con lo pedido ('queaesiteria') como si estuviera dado ('concescum') de tal manera que sobre la base de sus inferencias se exponga lo pedido mismo."

Nota La regla de tres muestra esto: " Si el 100% (la idea universal) es 25 y si el 1% (la instancia singular) es 25/100 entonces el 10% es 10,25/100". Lo pedido en sí es el resultado, es decir, 10,25/100; el lema es el 10% trazado a través del 100% y el 1% expuesto. También parece que el análisis consiste en situar lo pedido bajo la forma del lema (el como si dado; aquí 100%) en una red de relaciones, aquí la estructura de la regla de tres.

Observación Los números triangulares de los pitagóricos: Se obtienen sumando números naturales sucesivos cada vez. Si se representan en estructuras espaciales, forman triángulos isósceles.



En cada caso, la estructura siguiente incluye la anterior más una nueva base añadida. Estos números de triángulo responden a la fórmula de Heath: $N = n(n+1)/2$ donde N representa el número total de unidades, y n representa el número de unidades que forman la base del triángulo.

Esta fórmula es la idea como lema para los modelos visualizadores de los pitagóricos con sus números triangulares.

Extensiones. Willmanno.c., 48f Se elaboró la revolución de Viète.

1. Teoría funcional. La incógnita ("lema") a puede sustituirse por x, es decir, por una incógnita variable (variable). Así $x = y+z$, donde x es la variable dependiente e y y z son variables independientes tales que x es 'función' de y+z.

2. Geometría analítica. El nombre "analítica" todavía recuerda a Platónde Platón. R. Descartes (Géométrie (1637) y P. Fermat (1601/1665) fundaron la geometría "analítica" casi simultáneamente en la estela de Viète. De ahí la fórmula "$r^2 = x^2+y^2$". Donde r es el "radio" del círculo, trazado sobre el fondo de coordenadas cartesianas (dos líneas que se cruzan rectangularmente, el eje X y el eje Y). Los círculos trazados son, en efecto, "modelos ilustrativos", pero poco o nada operativos. Las cifras de las letras en su forma variable son una fórmula general que resume todos los círculos ilustrativos posibles.

3. Aritmética infinitesimal. El preludio se encuentra en Nicolás de Cusa (1401/1464) donde habla de la evolución de las cantidades (bajo influencia pitagórica). G.W. Leibniz (en 1682) funda la matemática infinitesimal (trabajando con diferenciales e integrales).

He aquí la transición del tratamiento "eidético" de la cantidad al tratamiento "operativo" de la misma. Como dice Bochenski dice: cuando, al tratar con fórmulas operativas, aplicamos "sólo" las reglas sintácticas (conexión de signos), entonces funciona perfectamente una "sintaxis lógica", una interconexión de signos sobre una base lógica.

La logística llevará esto mucho más lejos, por supuesto. En ella, la lógica se convierte en un "cálculo", una aritmética, con símbolos "vacíos" pero "rellenables". Un punto final de la lemática platónica - método analítico.

4.3.9 Independencia lógica de las matemáticas

Muestra bibliográfica: Ch. Lahr, *Cours*, 564/566 (*Mathématiques modernes et géométries non-euclidiennes*). A. Virieux-ReymondL'épistémologie, PUF, 1966,48/52 (La méthode axiomatique).

Independencia lógica. Un modelo. En la aritmética tradicional, se define una fracción partiendo de datos medibles: "Dividir una manzana por la mitad" o "Dividir el número 10 entre 2". En la "moderna" se convierte en lo siguiente: "Un conjunto de dos números, a y b, si se ajusta a la siguiente configuración a/b, es un número fraccionario". Una de las propiedades se expresa de la siguiente manera: "Dos números fraccionarios, a/b y c/d si ad = bc, son iguales". A partir de tales definiciones, se puede deducir una teoría de las fracciones sin recurrir al sentido. Ese 'sin' es "la independencia lógica" (de la intuición del sentido) de la matemática 'moderna', tal como se construyó durante el siglo XIX. Mantendría su "valor" aunque las cantidades mensurables nunca hubieran existido. Obtiene su "justificación" de su carácter de sistema sin contradicciones.

Se parte de símbolos puros como un lenguaje en el que se formulan conceptos básicos y axiomas básicos (expresados en fórmulas) a partir de los cuales se deducen teoremas, independientemente de cualquier percepción sensorial, según las reglas de la deducción. Esto se denomina "formalización" y permite el "cálculo" (aritmética lógica) dentro de un sistema axiomático deductivo.

Geometría no euclidiana. La definición de Euclides de línea recta depende lógicamente de las intuiciones sensoriales que tenemos de una "línea recta". Sin embargo, independientemente de cualquier intuición sensorial, podemos añadir a la definición euclidiana el axioma de Bernhard Riemann (1826/1866), a saber: "A través de un punto situado fuera de una línea no se puede trazar una línea paralela". Esto crea una matemática espacial no euclidiana. O se puede añadir el axioma de Nikolaï Lobachevsky (1792/1865), a saber: "A través de un punto situado fuera de una recta, se puede trazar un número infinito de rectas paralelas". La validez lógica de la matemática espacial de Riemann y Lobachevsky es equivalente a la de Euclides.

El carácter real de las matemáticas numéricas y espaciales formalizadas depende de cómo se defina "realidad". Si "real" significa, por ejemplo, "que existe fuera de la mente humana", entonces construcciones como las matemáticas formalizadas son "irreales". Sin embargo, si se define "real" ontológicamente, entonces "real" es "todo lo que en cualquier caso no es nada, sino algo". Las construcciones de la mente humana -desde la ciencia ficción pura o la utopía hasta la logística o las matemáticas formalizadas- son "no nada" y, por tanto, ontológicamente reales. La independencia lógica no implica todavía salir del ámbito de la ontología bien entendida -y no confundida con concepciones no ontológicas-. Lástima: ¡mucha gente, incluso intelectualmente formada, confunde el lenguaje ontológico con lo que cree saber al respecto! Como apunte, este libro contiene una breve exposición de lo que es la ontología (teoría de la realidad) para aclarar precisamente esas confusiones.

4.3.10. En este capítulo se ha resumido

Las matemáticas son lógica aplicada, pero también un sistema lógicamente coherente de sentencias objetivas. Para algunos, es una construcción de la mente; para otros, una realidad en sí misma. Para otros, es una realización de las ideas platónicas.

Las matemáticas pueden detenerse como la ciencia de la cantidad y el espacio, y del sistema de símbolos que conectan cantidad y espacio".

Según los matemáticos, las matemáticas son la única ciencia que proporciona pruebas definitivas e irrevocables, mientras que las demás ciencias sujetas proporcionan pruebas situacionales.

Un triángulo isósceles puede servir de modelo para todos los demás triángulos isósceles. A partir de ese triángulo, se puede demostrar que los ángulos opuestos son necesariamente iguales. Así pues, la inducción amplificativa está lógicamente justificada.

Se puede determinar la suma de una serie de números impares consecutivos, empezando por 1, mediante muestreo y descubrir en ellos la regla. Gracias a la algebrización, a partir de esta inducción sumativa, se puede encontrar la fórmula para todos los casos y llegar así a la inducción amplificativa.

G. Peano, uno de los fundadores de la logística, define el concepto de número entero positivo a partir de una serie de premisas, de forma que su contenido y alcance quedan fijados. La definición y las deducciones forman conjuntamente un sistema axiomático deductivo. Las sentencias de un relato axiomático-deductivo forman un sistema de semejanza y coherencia. Hechas las aclaraciones oportunas, la definición de Aristóteles sigue siendoEl método axiomático-deductivo sigue siendo válido.

Ontológicamente, un sistema axiomático deductivo consta de un número finito de nociones básicas no demostradas y un número finito de proposiciones básicas. A partir de ellas deben derivarse deductivamente todos los teoremas que expongan el alcance del contenido de los conceptos.

Aristóteles sostiene que contienen una verdad ontológicamente objetiva.

El "epicheirèma" puede definirse como una serie de operaciones de razonamiento sucesivas, que abarcan todas y preferiblemente sólo todas las razones, de forma que se proporciona una prueba completa. El 'algoritmo', es un tipo de esto.

El método lemático - analítico pretende que la GV ya era GG e introduce lo ya dado, en forma de lema. Viète transformó la aritmética de los números en aritmética de las letras, lo que le permitió trabajar operativamente con los números universales. La revolución de Viète puede verse más elaborada en la teoría de funciones, la geometría analítica y el cálculo infinitesimal trabajando con diferenciales e integrales. La logística lo desarrollará más adelante.

La independencia lógica de las matemáticas consiste en que a partir de las definiciones se puede deducir una teoría sin tener que apelar a la percepción sensorial. Obtiene su "justificación" de su carácter de sistema sin contradicciones. Esto se denomina "formalización" y permite el "cálculo" (aritmética lógica) dentro de un sistema axiomático-deductivo.

Si se procede con independencia de cualquier intuición sensorial, entonces no se pueden crear - formas euclidianas de geometría. El carácter de realidad depende de la definición - ontológica o no - que se quiera dar al concepto de realidad.