4.3. Pensiero matematico

4.3.1 Una definizione preliminare

Che la matematica sia logica applicata è talmente ovvio che non ci soffermiamo sul suo argomento. Che la matematica nella sua forma attuale - o piuttosto nella sua ricchezza di forme - sia "un sistema logicamente coerente di frasi oggettive" non è così immediatamente ovvio.

1. Il suo sviluppo burrascoso fa sì che una sola persona possa difficilmente supervisionarne la totalità.

2. Il problema è il termine "oggettivo". Le opinioni differiscono sulla base della metafisica che vi si manifesta. Il nominalista li definirà facilmente una costruzione della mente che "resta in aria", per così dire, a meno che non ci siano ulteriori applicazioni matematiche. L'astrattista lo vede come una forma di realtà a sé stante, mentre l'ideativo lo vede come una realizzazione di idee. In ogni caso, i fondatori della logistica erano essenzialmente platonici.

Quantità: - Ch. Lahr, *Logique*, Paris, 1933-27, 559 / 569 (*Les sciences mathématiques*) afferma: "La matematica è la scienza della quantità".

Lahr definisce la "quantità" sia come quantità matematica numerica sia come quantità matematica spaziale. -Nota: considerando molto brevemente l'enorme numero di equazioni matematiche che assumono come forma di base il differenziale "maggiore di/uguale a/meno di". Che è chiaramente da intendersi in senso quantitativo. Per la geometria o la matematica spaziale, il quantitativo è ovvio a suo modo.

Una nuova definizione. - P.J. Davis / R. Hersh*l' Univers mathématique*, Paris, 1985, 6 dice: una definizione ingenua, al suo posto nel dizionario e adatta come prima approssimazione, recita: "La matematica è la scienza della quantità e dello spazio".

1. Gli autori aggiungono: "... nonché del sistema di simboli che collega quantità e spazio".

2. Essi sostengono inoltre che a. tale definizione "poggia su basi storiche reali" e che ne fanno il loro punto di partenza per poi b. rappresentare gli sviluppi della matematica dagli ultimi secoli e le diverse interpretazioni della matematica nella definizione allargata. - Rimane che l'aritmetica (aspetto quantitativo) e la geometria (aspetto spaziale) per Davis e Hershrimangono punti di partenza per ragioni storiche e pratiche.

Una definizione sostanziale della matematica, nelle sue forme attuali, va intesa piuttosto come un lemma, cioè una definizione provvisoria.

4.3.2 Prove matematiche e non matematiche.

Esempio bibliografico: J. Chlebny., *les maths font leur preuves*, in Journal de Genève, Gazette de Lausanne 10/11.09.1994. - In occasione del 22° Congresso Internazionale di Matematica (Zurigo), P.L. Lions è stato insignito (nato nel 1956) il marchio d'onore Fields per il suo meritorio lavoro nel campo della matematica applicata.

La distinzione tra prove matematiche e non matematiche. - Si veda qui come Lions si esprime in questo modo. - Se i matematici a volte non sono molto popolari tra gli scienziati, è a causa dell'importanza che i matematici attribuiscono alla dimostrazione.

1. *Matematica*. - "La matematica è l'unica scienza che fornisce prove definitive e irrevocabili, basate su una sorta di riduzione che porta a un risultato indiscutibile". Così Chlebny.

2. *Non è matematico*. - "Le altre scienze disciplinari mettono alla prova una teoria con l'esperienza. Queste comportano inevitabilmente delle imprecisioni.

Modello applicativo. - Secondo la fisica, la caduta dei corpi è regolata da una legge molto semplice. Tuttavia, l'osservazione di per sé non è una prova. Bisogna tenere conto, ad esempio, dell'attrito dell'aria e del tempo di reazione delle apparecchiature utilizzate. Quindi la legge, sebbene teorica, non può essere testata con precisione. - Questo per quanto riguarda il rapporto di Clebny.

Nota **-** È discutibile se tutti i fisici siano d'accordo. Tuttavia, è un dato di fatto che le prove non matematiche (di una legge, di una teoria, ad esempio) sono situazionali, cioè avvengono in un contesto di circostanze con l'influenza di altri. Mentre le prove matematiche hanno luogo al di fuori di tali situazioni, e vengono messe su carta nella mente pura.

Nota - Ch. Lahr, *Logique*, Paris, 1933-27, 566/569 (*la démonstratrice*) afferma che i principali tipi di ragionamento in matematica sono i seguenti.

1. Deduttivo. Gli assiomi e le proposizioni derivate da tali assiomi servono come basi sufficienti per la deduzione logicamente rigorosa di ulteriori conclusioni da essi.

2. Si pone (come lemma) un teorema da dimostrare e poi si procede passo dopo passo (algoritmicamente) alla sua dimostrazione (come analisi).

Nota: questo è corretto in una matematica empirica, ma in un sistema assiomatico-deduttivo questo secondo tipo, cosiddetto riduttivo, equivale a una prova deduttiva basata sugli assiomi e sui teoremi da essi dedotti. - Si pensi alla cosiddetta induzione matematica, ad es.

4.3.3 Induzione matematica

Campione bibliografico: W.St. Jevons.*Logica*, 168/171. Ci soffermiamo a considerare ciò che dice l'autore.

Induzione geometrica. Euclide, Elementi, 1: 5, afferma: "Gli angoli alla base di un triangolo isoscele sono uguali tra loro". Nota: sono l'uno il modello metaforico o uguale all'altro. Prova. Si disegna correttamente un triangolo isoscele. Si dimostra che se i lati sono uguali, gli angoli opposti sono necessariamente uguali. Osservazione: gli angoli opposti sono modelli metonimici o di coerenza dei lati perché, pur non essendo simili, sono in relazione con essi (e forniscono informazioni sui loro lati, (cfr. 6.9)). Euclide si limita a questo unico esempio. L'unico triangolo è un paradigma per cui in quell'unico modello e attraverso di esso si riassumono tutti i modelli possibili. Il fatto che ciò sia possibile dipende dal requisito assoluto - ceteris paribus - che si tratti di triangoli isosceli. In altre parole: l'induzione sommativa qui è limitata a un solo campione con la condizione dei triangoli isosceli. Pertanto, un'induzione amplificativa è logicamente giustificata.

Numero di induzione matematica. Jevons fornisce un paradigma. Dati: i primi due numeri dispari consecutivi, 1 e 3. La loro somma è 1+3 = 4 = 2 x 2. Se sommati, la loro somma è 1+3 = 4 = 2 x 2. Dati: tre numeri simili, 1 + 3 + 5, la cui somma è 9 = 3 x 3. Analogamente: 1 + 3 +

5+ 7 = 16 = 4 x 4. Si vede già la "regola"! Si tratta di un'induzione sommativa (tre campioni), riassunta nell'affermazione "Finora la somma di tutti i numeri di questo tipo (si noti il termine "di questo tipo", che è una similitudine) è uguale alla seconda potenza del numero di numeri". Ora segue l'induzione amplificativa grazie all'algebrizzazione (numeri di lettere).

Dato: n numeri dispari consecutivi, a partire da 1.

Ipotesi: "La legge stabilita vale fino all'ennesimo termine".

Questo dà: $1+3+5+7+ \ldots (2n-l) = n^2$.

Questo viene ora applicato al successore 2n+1: $1+3+5+7+ \ldots (2n-l) + (2n+l)$.

La somma di quest'ultimo numero con tutti i precedenti è identica a $(n+l)^2$.

Decisione generale: "Se la legge vale per n termini, allora vale anche per n+ 1 termini". Si parla di "decisione generale" dove 'generale' interpreta l'induzione che espande la conoscenza.

Jevons'. L'unica differenza con l'induzione geometrica di cui sopra è che i casi scelti sono i primi dell'insieme dei numeri interi per ragioni di chiarezza. L'esiguità del numero di prove scelte viene messa in risalto. Come induzioni sommative, sono sufficienti a una condizione, ossia che forniscano una certezza logica.

Nota: fondamentalmente, i paradigmi deliberatamente scelti sono paradigmi aleatori la cui sondabilità suscita preferenze. Ma non c'è niente di più: poiché rappresentano una "legge" generale, sono fondamentalmente aleatori perché ciò che è vero per gli esempi scelti è vero per qualsiasi altro campione. u, "induzione" in uno dei suoi principali significati significa "campionamento". Nei casi matematici sopra citati, essi svolgono il ruolo di campioni paradigmatici in cui, attraverso il singolare, si può cogliere l'universale.

4.3.4 Definizione assiomatica

Esempio bibliografico: A. Virieux-Reymond, *L'épistémologie*, PUF, 1966, 48/52 (*La méthode axiomatique*). G. Peano (1858/1932), uno dei fondatori della logistica, definì il concetto di intero positivo come segue.

GG. I termini logici "classe" (insieme), "membro di una classe" (istanza) e "implicazione" (entailment: se, allora); i termini matematici numerici "numero", "0", "1, 2 ..." istanze di numero), "a, b ... " (numeri di lettere) sono "supposti noti" (fenomeno o dato).

GV. Definizione che stabilisce sia il contenuto che l'ambito (quest'ultimo in modo deduttivo) del concetto di "intero positivo". L'OPL è presente nelle seguenti frasi.

- 1. Il successore di un numero. Se a è un numero, allora anche a+ (si capisce: a+ 1), cioè il successore di a, è un numero.

- 2. Due numeri indistinguibili hanno anche due successori indistinguibili. Se a e b sono numeri e a+ è uguale a b+, allora a è uguale a b.

- 3. Induzione matematica. Se s è una classe di cui fa parte 0 e ogni membro di s ha un successore all'interno della classe s, allora ogni numero è un membro di s. Osservazione Se una proprietà è una caratteristica di 0 come membro della classe s e se tale proprietà è anche una caratteristica del successore di 0, allora è una caratteristica di tutti i numeri di quella classe.

In altre parole, la proprietà in questione è una proprietà comune a tutte le istanze del termine in questione. - Si generalizza partendo da 0 e da 0+ a tutti gli altri membri della classe (concetto) S.

- 4. Il numero intero positivo. Se a è un numero, allora a+ (il successore di a) non è 0.

Abbreviato. 1. 0 è un numero. 2. Il successore di un numero è un numero. 3. Più numeri non possono avere lo stesso successore. 4. Lo 0 non è il successore di nessun numero. 5. Induzione matematica (vedi sopra).

Sistema. Sebbene le frasi - gli assiomi - siano reciprocamente irriducibili (e quindi indipendenti l'una dall'altra, altrimenti c'è ridondanza (ridondanza)), tuttavia sono valide solo collettivamente e devono essere reciprocamente coerenti (prive di contraddizioni). Solo così formano un sistema logico. Questi assiomi sono una definizione tale per cui il contenuto, tutto il contenuto e solo tutto il contenuto del concetto "intero positivo" è distinguibile dal resto di tutto ciò che è.

Magnitudine. Poiché 0 è un numero, la formazione di decine, centinaia, ecc. è possibile all'interno del sistema, ma poiché 0 non è il successore di alcun numero, i numeri negativi - all'interno del sistema, cioè - sono inconcepibili ("inesistenti"). La portata cambia se si elimina la frase "Se a è un numero, allora a+ non è 0" e la si sostituisce con "0 è il successore di -1", allora - come si dice - il sistema si indebolisce e i numeri negativi diventano "concepibili" all'interno di quel sistema più esteso che è in realtà un altro sistema. La dimensione a cui si riferisce il contenuto è mostrata dalla totalità di tutte le possibili operazioni aritmetiche che gli assiomi consentono e che costituiscono la sua infinita ricchezza.

Si vede che il sistema che costituisce la definizione è un concetto il cui contenuto è espresso nelle frasi e la cui portata è rivelata dalle operazioni (deduzioni) possibili a partire dalla definizione. Insieme alla definizione, l'insieme di tutte le deduzioni forma un "sistema assiomatico-deduttivo".

4.3.5 Il metodo assiomatico-deduttivo aristotelico

Campione bibliografico: E.W. Beth*La filosofia della matematica da Parmenide a Bolzano a Bolzano*, Anversa/Nimega, 1944, 63vv. L'autore tratta la nozione di "metodo assiomatico - deduttivo" con Aristotele nel contesto delle sue nozioni di matematica dell'epoca. Egli chiama questa "teoria aristotelica della scienza", contro la quale va notato che oltre alla scienza deduttiva Aristotele conosceva anche la scienza riduttiva.

Definizione di "scienza deduttiva". Include come definizione di concetto quanto segue. W è il simbolo abbreviato di un sistema di frasi tali che:

1. tutte le frasi di W si applicano a un ambito (area) definito di dati (oggetti) "reali";

2. tutte le frasi di W sono "vere";

3. se alcune frasi appartengono a W, anche qualsiasi inferenza logica da quelle frasi appartiene a W;

4. è possibile designare un numero finito di termini tale che:

a. il significato di questi termini non necessita di ulteriori spiegazioni;

b. il significato di tutti gli altri termini che compaiono in W può essere descritto utilizzando solo questi termini;

5. esiste un numero finito di frasi in W tale che:

a. la verità di queste frasi è evidente;

b. tutte le altre frasi di W sono logicamente deducibili da queste frasi. Bethsi riduce a questa valutazione:

- Ad 1. Che interpreta il "realismo" platonico-aristotelico.

- Ad 3. Questo definisce il metodo deduttivo.

- Ad 4b e 5b. Questo definisce, secondo Bethsomiglianza e coerenza, ciò che Platone chiamava "stoicheiosis" (dottrina degli elementi).

Critiche. Questa si riduce a questo. Il "realismo" va inteso nel senso strettamente ontologico di "convinzione che tutto ciò che non è nulla ma qualcosa è "reale"". Così l'espressione "ax + b = c" non è nulla ma qualcosa e quindi ontologicamente qualcosa di reale. La stoicheiosi può essere definita in modo più ampio rispetto alla sola teoria dei "primi assiomi" di un metodo deduttivo. Questa viene esposta in altre parti di questo libro (cfr. 9.2) come la teoria dell'ordine di Platonecome la teoria dell'ordine basata sulla somiglianza e sulla coerenza.

Ma è vero: l'applicazione qui è un caso di questo tipo: le frasi di un racconto deduttivo assiomatico formano un sistema di somiglianza e coerenza.

- Ad 4a e 5a. Questo è chiamato "postulato dell'evidenza". Si può infatti discutere su cosa significhino, nel linguaggio di Aristotele, "non necessitare di ulteriori spiegazioni" e "essere evidenti".Aristotele "non ha bisogno di ulteriori spiegazioni" e "è evidente". Egli è costretto ad essere limitato nel tempo. Ma altrove (cfr. 1.2.4) discutiamo l'errata interpretazione da parte degli eristici (in particolare di Elettra) della nozione di ovvietà di Aristotele. Una più recente teoria degli assiomi specifica meglio cosa si debba intendere con "non necessita di ulteriori spiegazioni" in quel contesto. La questione è: "Aristotele, se lo interpretiamo come lo mostrano le sue opere, rifiuterebbe queste precisazioni più recenti?". Il fatto che non abbia fatto affermazioni, ad esempio, sull'origine (induzione, astrazione) degli assiomi, significa solo che, come ogni pensatore, non ha previsto, e tanto meno risposto, a tutte le domande che gli sono state poste.

Conclusione. La sua definizione del metodo assiomatico-deduttivo, fatte salve le precisazioni, è essenzialmente valida.

4.3.6 Il sistema assiomatico deduttivo inteso in senso ontologico.

Esempi bibliografici: S. Barker, *Philosophy of Mathematics*, Englewood Cliffs 5N.J.), 1964, 23f. (Termini.Assiomi); - E.W.Beth, *The Philosophy of Mathematics*, Antw./Nijmeg., 1944, 63 ss. (Riassumendo questi lavori e migliorandoli se necessario, la struttura del sistema di giudizi basato su assiomi ed elaborato deduttivamente si riduce a quanto segue.

1. Un sistema assiomatico-deduttivo comprende:

a. un numero finito di nozioni di base ("termini primitivi") che sono presupposti non dimostrati ma non scelti senza una ragione sufficiente (anche se provvisoria) (come abbiamo visto nella definizione di Peano del numero intero positivo);

b. un numero finito di proposizioni di base ("teoremi primitivi" o assiomi, anch'essi non dimostrati ma non privi di una ragione sufficiente almeno provvisoria. Così Barker dice, o.c., 24 (geometria euclidea) che David Hilbert (1862/1943) presupponeva i concetti di "punto / linea / piano / incidente / tra / congruente" e E.V. Huntington solo "sfera / racchiudere in" come concetti di base per tutta la geometria euclidea.

2. Da questo, se il sistema si "chiude", tutte le proposizioni che espongono l'ambito dei contenuti concettuali devono essere derivate in modo rigorosamente deduttivo e dimostrabile.

I punti 1 e 2 giustificano il nome "assiomatico deduttivo".

Verità di tali sistemi: - Aristoteleparlando di tali sistemi assiomatico-deduttivi, sostiene che essi contengono una verità oggettiva - ontologicamente comprensibile. Questo è spesso messo in dubbio da intellettuali che non hanno sufficiente familiarità con il linguaggio ontologico. Si veda qui:

1. L'alètheia, l'assenza di nascondimento, è prima di tutto un concetto puramente fenomenologico. Chi si occupa di assiomatica e di deduzione da essa parte quindi da dati (fenomeni, cioè ciò che si mostra direttamente, cioè la verità in senso strettamente fenomenologico).

2. Anche le costruzioni mentali più bizzarre e fantastiche, nella misura in cui non sono contraddittorie in sé, sono "formae", realtà, essere, non-nobili e quindi, nel linguaggio strettamente ontologico, "oggettive". L'insieme di queste due proprietà dei sistemi assiomatico-deduttivi fa sì che essi mostrino a loro modo la "realtà oggettiva", cioè la realtà in senso ontologico.

Questo spiega perché D. Van Dale, *Philosophical Foundations of Mathematics*, Assen / Amsterdam, 1978-4, può porre la domanda molto sensata: "Gli insiemi esistono? (domanda sull'esistenza) e "Che cosa sono gli insiemi?". (domanda sull'essenza). Ma questa è pura ontologia, in altre parole, prodotti mentali matematici.

4.3.7 Prove complete

In greco antico "epicheirèma" (approccio, base operativa). Aristotele definisce l'epicheirèma come "argomentazione breve". Con questo termine intende un sillogismo in cui ogni preposizione è corredata da una prova. Approfondendo questo concetto, si può definire come segue: "Una serie di operazioni di ragionamento (concetto di base), in un ordine che passo dopo passo include tutte e preferibilmente solo tutte le ragioni (concetto aggiunto) in modo da fornire una prova completa (concetto definito)".

Nota: (1) Il sottotermine "tutto e solo tutto" nella definizione precedente indica che si tratta di induzione sommativa o aristotelica. (2) Un processo frequente in matematica e in informatica, l'"algoritmo", ne è un tipo. Nel XII secolo, le regole di calcolo (adottate dall'India) del matematico islamico Al Chwarizmi furono furono tradotte in latino con il titolo "Algorismi de numero Indorum". Il termine "algoritmo" risale a quell'epoca. Significa anche "una serie mirata di operazioni di pensiero logicamente valide". Riportiamo un paio di esempi. Entrambi interpretano una prova deduttiva.

Legale. M. T. Cicerone (-106/-43), nel suo Pro Milone (Discorso a favore di Milo), sviluppa una prova per gradi, sotto forma di sillogismo.

VZ 1. In tutti i casi, è giustificabile in coscienza uccidere un aggressore ingiusto - per legittima difesa - per primi. Prova. (a) La legge naturale (cioè le regole di coscienza che sono insite nella natura generale dell'uomo in quanto essere umano), (b) la legge positiva (anche "stellare") (cioè le leggi introdotte dagli esseri umani) giustificano tale legittima difesa.

Nota: Cicerone con la presente pone un assioma o "principio" etico-giuridico sulla moralità e sulla legalità.

VZ 2. Ebbene, Clodio, che ha minacciato Milo, era un aggressore così ingiusto. Prove. (a) Il passato criminale di Clodio ("i suoi antecedenti"), (b) la sua discutibile scorta, (c) le armi trovate sono la prova del suo comportamento scorretto in materia. Nota: la situazione di Milo come ingiustamente aggredito è una singolare applicazione dell'assioma universale esposto in VZ 1. È evidente la natura deduttiva del ragionamento di Cicerone.di Cicerone è evidente.

NZ. Così a Milo fu permesso di uccidere prima Clodio.

Matematica. Campione bibliografico: J. Anderson / H. Johnstone, Jr., *Natural Deduction (The Logical Basis of Axiom Systems),* Belmont (Cal.), 1962,4.

Per dimostrare: $x((y + z) + w) = (xy + xz) + xw$.

Gli assiomi già dati comprendono: $x (y + z) = xy + xz$.

1. In base all'assioma: $x((y + z) + w) = x (y + z) + xw$.

2. Sulla base dello stesso assioma: $x(y + z) + xw = (xy + xz) + xw$.

Il che era dimostrabile.

L'auhor: "Un'asserzione matematica viene dimostrata esponendola come conseguenza di ipotesi".

Nota: immediatamente, questo fornisce un minuscolo esempio di quello che viene chiamato "ragionamento assiomatico-deduttivo": usando gli assiomi, si ragiona da una formula data a una formula da dimostrare (richiesta). In termini puramente logici, tra il ragionamento di Cicerone(sulla base di un assioma ragiona sul fatto che Milo abbia agito in modo coscienzioso o meno) e quello di Anderson / JohnstoneJr. (sulla base di un assioma ragionano se la formula richiesta è dimostrabile o meno) non differiscono sostanzialmente. In entrambi i casi si ragiona passo dopo passo in un ordine conclusivo, l'"epicheirèma" citato da Aristotele. chiamato "epicheirèma", cioè approccio strettamente logico.

4.3.8 Analisi (letterale)

Esempi bibliografici: O. Willmann.Geschichte des Idealismus, III (Der Idealismus der Neuzeit), Braunschweig, 1907-2, 48ss. P. Viète (latino: Vieta; 1540/1603) era un platonista che conosceva il metodo lemmatico-analitico: si finge che il GV (richiesto, cercato, l'ignoto) fosse già GG (dato, conosciuto) e si introduce quello già dato, sotto forma di lemma o "prolèpsis". In matematica, ad esempio, tale lemma è indicato con "x".

Aritmetica dei numeri. "Logistica numerosa". Prima di Viète, la matematica occidentale conosceva praticamente solo l'aritmetica numerica. Quindi, ad esempio, "3+4 = 7".

Lettera matematica. "Logistica speciosa". Nel suo In artem analyticam isagoge (Introduzione all'analisi), Viète ha lavorato con le idee platoniche, in latino "species". Ne deriva una "aritmetica ideativa". Un'idea è un insieme universale. Conseguenza: invece di lavorare con numeri singolari o addirittura privati, lavorò con numeri universali. Il diagramma seguente chiarisce l'evoluzione.

linguaggio semplice	linguaggio numerico	linguaggio letterale
La somma di due numeri	3+4=7	a+b=c
non operativo	operativo	operativo
universale	non universale	universale

I.M. Bochenski, *Filosofische methoden in de moderne wetenschap,* , Utr./Antw., 1961, 55v. (*senso eidetico e operativo*), lit.

(a) Un segno ha un significato "eidetico" se si conosce la realtà a cui si riferisce (l'interpretazione semantica è nota).

(b) Un segno ha un significato "operativo" solo se si sa come trattare con esso senza pensare al suo significato eidetico o semantico. "Non sappiamo cosa significhi il segno, ma sappiamo come operare con esso". (O. c., 55).

Quest'ultimo è chiaramente il caso del linguaggio dei numeri (non universale), ma soprattutto del linguaggio delle lettere (universale), perché le lettere sono "riempibili" da - in linea di principio - qualsiasi numero. Il che, al contrario, non è vero.

Se il significato eidetico è noto - ad esempio 3+4-, allora un significato operativo è immediatamente disponibile (ad esempio 3+4=7). Non viceversa: si può assegnare un significato operativo a un segno senza alcun significato semantico (ad esempio, a+b=c).

Sintassi logica. - Così Viète fondò una sintassi (= matematica operativa) con le sue lettere come lemmi. L'analisi è quindi l'elaborazione di ciò che si può fare con questi lemmi (gusci vuoti) riguardanti le operazioni matematiche - logicamente giustificate. È così che è nata, ad esempio, la geometria analitica". Il nome testimonia il metodo analitico lemmatico.

Coloro che sono puramente operativi lavorano con lemmi di tipo speciale: il contenuto generale (ad esempio, a come numero noto) è noto, ma come un guscio vuoto in attesa di essere riempito (ad esempio, a come 3).

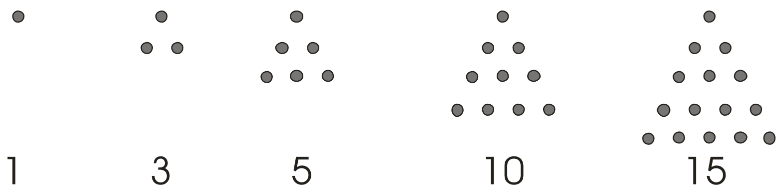
Il processo di Viète è due volte platonico.

1. Il processo è ideativo, perché lavora con le idee come gusci vuoti di portata universale (ad esempio, a rappresenta tutti i numeri possibili come riempimento) e quindi con gli insiemi.

2. Le idee sono ipso facto lemmi, impiegabili nel corso di un'analisi proprio in virtù dei riempimenti e delle operazioni corrispondenti (il che mostra il carattere operativo delle idee matematiche). - Lo stesso Viète dice: "L'analisi è lavorare con la richiesta ('queaesiteria') come se fosse data ('concescum') in modo tale che sulla base delle sue inferenze la richiesta stessa sia esposta".

Nota La regola del tre mostra questo: "Se il 100% (l'idea universale) è 25 e se l'1% (l'istanza singolare) è 25/100 allora il 10% è 10,25/100". La richiesta stessa è il risultato, cioè 10,25/100; il lemma è 10% tracciato attraverso 100% e 1% esposto. Sembra anche che l'analisi consista nel collocare la richiesta nella forma del lemma (il come se dato; qui il 100%) in una rete di relazioni, qui la struttura della regola del tre.

Osservazione I numeri triangolari dei pitagorici: si ottengono sommando ogni volta numeri naturali successivi. Se li si rappresenta in strutture spaziali, formano triangoli isosceli.



In ogni caso, la struttura successiva comprende quella precedente più una nuova base aggiunta. Questi numeri di triangolo rispondono alla formula di Heath: N = n(n+1)/2 dove N rappresenta il numero totale di unità e n il numero di unità che compongono la base del triangolo.

Questa formula è l'idea come lemma per i modelli di visualizzazione dei Pitagorici con i loro numeri triangolari.

Estensioni. Willmann, o.c., 48f La rivoluzione di Viète è stata elaborata.

1. Teoria funzionale. L'incognita ("lemma") a può essere sostituita da x, cioè da una variabile (variabile) incognita. Quindi: x = y+z, dove x è la variabile dipendente e y e z sono variabili indipendenti tali che x è "funzione" di y+z.

2. Geometria analitica. Il nome "analitica" richiama ancora PlatonePlatone "analusis"! R. Descartes (Géométrie (1637)) e P. Fermat (1601/1665) fondarono quasi contemporaneamente la geometria "analitica" sulla scia di Viète. Così la formula "$r^2 = x^2+y^2$". Dove r è il "raggio" del cerchio, disegnato sullo sfondo delle coordinate cartesiane (due linee che si intersecano rettangolarmente, l'asse X e l'asse Y). I cerchi tracciati sono sì "modelli illustrativi", ma sono poco o per nulla operativi. Le cifre delle lettere nella loro forma variabile sono una formula generale che riassume tutti i possibili cerchi illustrativi.

3. Aritmetica infinitesimale. La premessa a tutto ciò si trova in Niccolò di Cusa (1401/1464) dove parla dell'evoluzione delle quantità (sotto l'influenza pitagorica). G.W. Leibniz (nel 1682) fonda la matematica infinitesimale (lavorando con differenziali e integrali).

Osservate il passaggio dal trattamento "eidetico" della quantità al trattamento "operativo" della stessa. Come dice Bochenski dice: quando, nel trattare le formule operative, applichiamo 'solo' le regole sintattiche (che collegano i segni), allora una 'sintassi logica', un'interconnessione di segni su base logica, funziona perfettamente.

La logistica si spinge molto più in là, naturalmente. Lì la logica diventa un "calcolo", un'aritmetica, con simboli "vuoti" ma "riempibili". Un punto di arrivo della lemmatica platonica - metodo analitico.

4.3.9 Indipendenza logica della matematica

Esempio bibliografico: Ch. Lahr, *Cours*, 564/566 (*Mathématiques modernes et géométries non -euclidiennes*). A. Virieux-Reymond, L'épistémologie, PUF, 1966, 48/52 (La méthode axiomatique).

Indipendenza logica. Un modello. Nell'aritmetica tradizionale, si definisce una frazione partendo da dati misurabili: "Dividere una mela a metà" o "Dividere il numero 10 per 2". 'Modernamente' diventa come segue: "Un insieme di due numeri, a e b, se si adatta alla seguente configurazione a/b, è un numero di frazione". Una delle proprietà è espressa come segue: "Due numeri frazionari, a/b e c/d se ad = bc, sono uguali". Da tali definizioni, una teoria delle frazioni è deducibile senza ricorrere al senso. Questo "senza" è "l'indipendenza logica" (dall'intuizione del senso) della matematica "moderna", così come è stata costruita nel XIX secolo. Essa manterrebbe il suo "valore" anche se le grandezze misurabili non fossero mai esistite. Trae la sua "giustificazione" dal suo carattere di sistema privo di contraddizioni.

Si parte da simboli puri come linguaggio in cui si formulano concetti di base e assiomi fondamentali (espressi in formule) da cui si deducono teoremi - indipendentemente da qualsiasi percezione sensoriale, secondo regole di deduzione. Questo processo si chiama "formalizzazione" e permette di fare il "calcolo" (aritmetica logica) all'interno di un sistema assiomatico-deduttivo.

Geometria non euclidea. La definizione di Euclide di linea retta dipende logicamente dalle intuizioni sensoriali che abbiamo di "linea retta". Tuttavia, procedendo indipendentemente da qualsiasi intuizione sensoriale, si può aggiungere alla definizione euclidea l'assioma di Bernhard Riemann (1826/1866), ossia "Per un punto esterno a una retta non si può tracciare una retta parallela". Questo crea uno spazio matematico non euclideo. Oppure si potrebbe aggiungere l'assioma di Nikolaï Lobachevsky (1792/1865), ossia "Attraverso un punto esterno a una retta si può tracciare un numero infinito di rette parallele". La validità logica della matematica spaziale di Riemann e Lobachevsky e Lobachevsky è equivalente a quella di Euclide.

Il carattere di realtà della matematica formalizzata dei numeri e dello spazio dipende da come si definisce la "realtà". Se "reale" significa, ad esempio, "esistente al di fuori della mente umana", allora costruzioni come la matematica formalizzata sono "irreali". Se, invece, si definisce "reale" ontologicamente, allora "reale" è "tutto ciò che è in ogni caso non nulla ma qualcosa". Le costruzioni della mente umana - dalla pura fantascienza o utopia alla logistica o alla matematica formalizzata - sono "non nulla" e quindi ontologicamente reali. L'indipendenza logica non comporta ancora l'uscita dall'ambito dell'ontologia ben compresa - e non confusa con concezioni non ontologiche -. Peccato che molte persone, anche intellettualmente preparate, confondano il linguaggio ontologico con ciò che pensano di sapere su di esso! A margine, questo libro contiene una breve esposizione di cosa sia l'ontologia (teoria della realtà) per chiarire proprio queste confusioni.

4.3.10. Questo capitolo ha riassunto

La matematica è logica applicata, ma anche un sistema logicamente coerente di frasi oggettive. Per alcuni è una costruzione della mente, per altri una realtà in sé. Altri ancora la vedono come una realizzazione delle idee platoniche.

La matematica può essere definita come la scienza della quantità e dello spazio, e del sistema di simboli che collegano quantità e spazio".

Secondo i matematici, la matematica è l'unica scienza che fornisce prove definitive e irrevocabili, mentre le altre scienze tematiche forniscono prove situazionali.

Un triangolo isoscele può essere un modello per tutti gli altri triangoli isosceli. Da quell'unico triangolo si può dimostrare che gli angoli opposti sono necessariamente uguali. L'induzione amplificativa è quindi logicamente giustificata.

Si può determinare la somma di un certo numero di numeri dispari consecutivi, a partire da 1, per campionamento e scoprire la regola in essi contenuta. Grazie all'algebrizzazione, da questa induzione sommativa si può trovare la formula per tutti i casi e arrivare così all'induzione amplificativa.

G. Peano, uno dei fondatori della logistica, definisce il concetto di intero positivo a partire da una serie di premesse, tali da fissarne il contenuto e la portata. Definizione e deduzioni formano insieme un sistema assiomatico-deduttivo. Le frasi di un racconto assiomatico-deduttivo formano un sistema di somiglianza e coerenza. Fatte salve le precisazioni, la definizione di Aristotele rimaneIl metodo assiomatico-deduttivo rimane valido.

Ontologicamente, un sistema assiomatico deduttivo consiste in un numero finito di nozioni di base non dimostrate e in un numero finito di proposizioni di base. Da queste, tutti i teoremi che espongono la portata dei contenuti concettuali devono essere derivati deduttivamente.

Aristotele sostiene che contengono una verità ontologicamente oggettiva.

L'epicheirèma può essere definito come una serie di operazioni di ragionamento successive, che coprono tutte e preferibilmente solo tutte le ragioni in modo da fornire una prova completa. L'"algoritmo" ne è un tipo.

Il metodo lemmatico-analitico fa finta che il GV fosse già GG e introduce quello già dato, sotto forma di lemma. Viète trasformò l'aritmetica dei numeri in aritmetica delle lettere, permettendogli di lavorare operativamente con i numeri universali. La rivoluzione di Viète viene ulteriormente elaborata nella teoria delle funzioni, nella geometria analitica e nel calcolo infinitesimale con differenziali e integrali. La logistica svilupperà ulteriormente questo aspetto.

L'indipendenza logica della matematica consiste nel fatto che dalle definizioni è possibile dedurre una teoria senza dover ricorrere alla percezione sensoriale. Essa trae la sua "giustificazione" dal carattere di sistema privo di contraddizioni. Questa è chiamata "formalizzazione" e permette il "calcolo" (aritmetica logica) all'interno di un sistema assiomatico-deduttivo.

Se si procede indipendentemente da qualsiasi intuizione sensoriale, allora non si possono creare forme euclidee di geometria. Il carattere di realtà dipende dalla definizione - ontologica o meno - che si vuole dare al concetto di realtà.