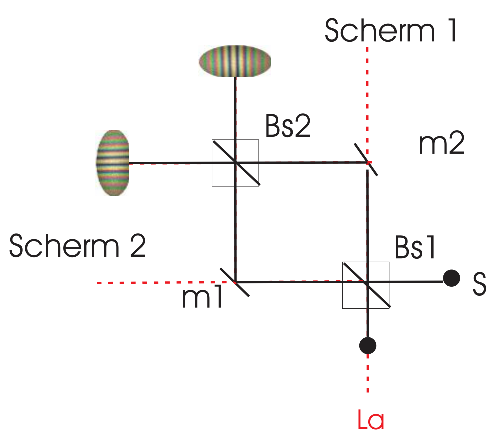
5. Tessuto fine in una struttura chiusa con percorso luminoso non uniforme.

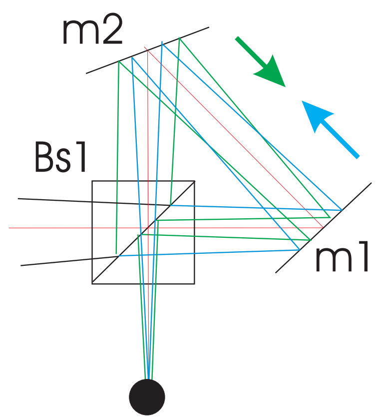
Contenuto

Di seguito vogliamo costruire una sorta di interferometro. Vogliamo verificare se viene visualizzata un'immagine di interferenza e cosa vedremo se portiamo la mano nel percorso della luce.

5.1. Un setup “aperto” o “chiuso”.

In precedenza abbiamo parlato di una disposizione “aperta” e di una “chiusa”. Il disegno a sinistra mostra una disposizione aperta. I due percorsi di luce - S, Bs1, m1, Bs2 e S, Bs1, m2,Bs2 - seguono ciascuno un percorso diverso. Non è facile rendere i due percorsi luminosi della stessa lunghezza fino a una parte di mm. Questo problema non si è presentato nella disposizione di cui vediamo un dettaglio a destra. Che la luce attraversi la disposizione in senso orario o antiorario non fa differenza. Si parla quindi di una disposizione chiusa.

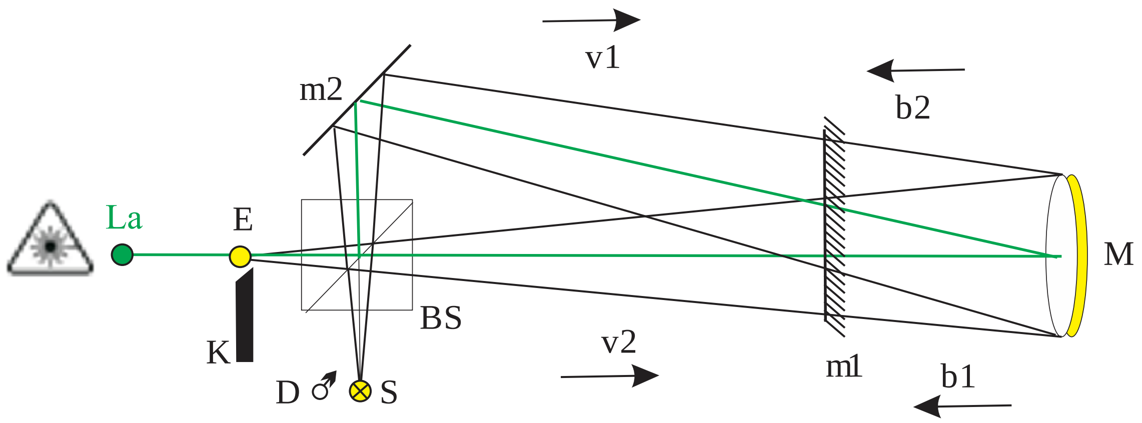




Nella disposizione sottostante, vediamo due percorsi luminosi distinti. Un primo raggio attraversa la disposizione in senso orario, mentre il secondo lo fa in senso antiorario.

5.2. La disposizione di base

Il fascio parziale in senso orario passa divergendo da S, dal beamsplitter Bs e da m2 verso lo specchio M. Chiamiamo questo percorso la distanza del bersaglio v1. La luce poi converge verso Bs ed E. Chiamiamo questo percorso la distanza dell'immagine b1.

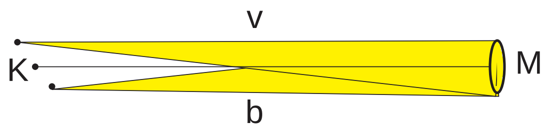


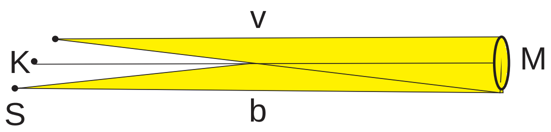
Il fascio parziale in senso antiorario attraversa l'impianto divergendo da S e Bs verso lo specchio M. Questo percorso è la distanza immagine v2. Poi la luce converge verso m2, Bs ed E. Chiamiamo questo percorso la distanza immagine b2.

Si riconosce nella forma della disposizione un triangolo con lato rettangolo Bs-m2, lato obliquo m2- M e altro lato rettangolo M-Bs. Non si tratta quindi di una disposizione “aperta”. Il percorso della luce in senso orario è lungo quanto quello in senso antiorario. Tuttavia, c'è una particolarità: il percorso della luce verso lo specchio attraverso m2 è più lungo del percorso della luce che va direttamente da Bs allo specchio M. Si tratta di una disposizione “chiusa” con un percorso di luce disuguale da entrambi i fasci parziali allo specchio M. Questo ha la sua importanza. Torneremo su questo punto più avanti, quando discuteremo della disposizione anch'essa “chiusa”, ma con un percorso della luce uguale.

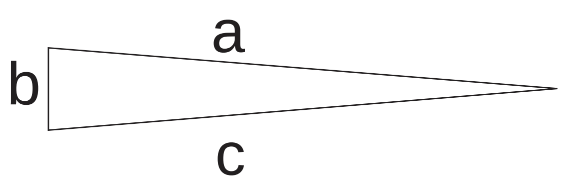
In questa disposizione, da un lato, esiste una sorta di proporzionalità inversa tra la distanza della preimmagine e la distanza dell'immagine, espressa dalla formula dello specchio $1/f = 1/v + 1/b$.

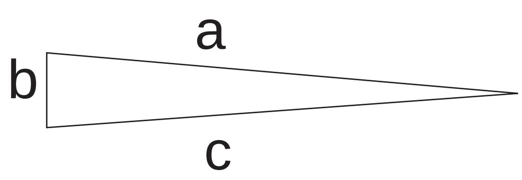
Se la distanza dell'oggetto è lunga, la distanza dell'immagine è breve e, viceversa, se la distanza dell'oggetto è breve, la distanza dell'immagine è lunga.



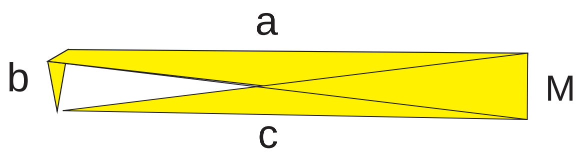


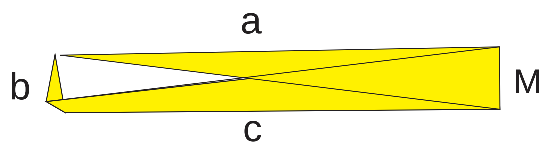
In un certo senso, si può dire che questa proporzionalità inversa si verifica anche in un triangolo: nel disegno a sinistra qui sotto, la somma dei lati a + b è maggiore del lato c, e nel disegno a destra qui sotto, la somma dei lati b + c è maggiore del lato a.



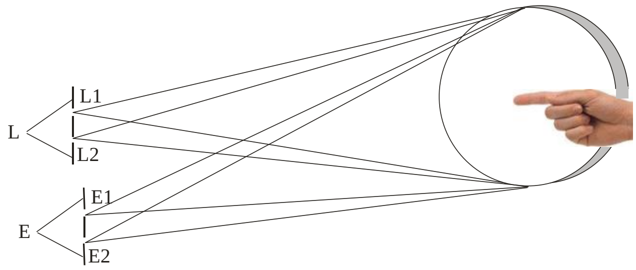


Lo stesso discorso vale per i due disegni qui sotto. Ma qui si può notare anche l'analogia con il disegno precedente che mostra la distanza dell'oggetto e dell'immagine, ma in cui alla distanza più lunga è stata data una "piega" in modo da riconoscere il triangolo in ciascuna delle due figure. Dal punto di vista matematico, si tratta di scegliere la distanza dell'oggetto e dell'immagine in modo che si adattino perfettamente al triangolo e che i loro punti di convergenza si incontrino perfettamente in un vertice. Che questo non sia così semplice lo si capisce dall'operazione algebrica necessaria a questo scopo, che riproduciamo alla fine di questo testo.



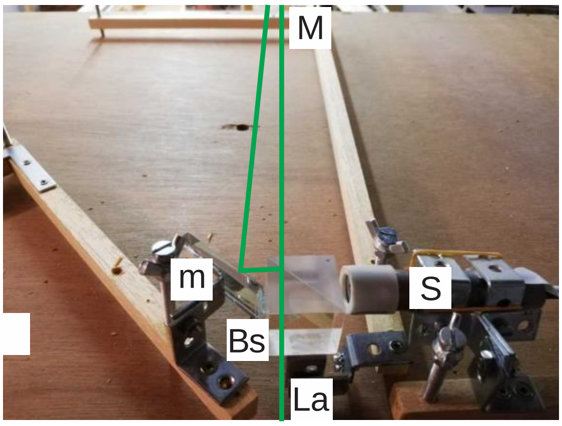


Possiamo anche immaginare la configurazione di base come una sorgente di luce che viene deduplicata in due fasci parziali, in modo analogo all'esperimento di Young con due splitter. Dopo la riflessione sullo specchio, i fasci parziali si uniscono nuovamente, ma questa volta attraverso un beamsplitter. Inoltre, nella nostra configurazione, la sorgente luminosa L e la posizione E dell'osservatore coincidono, per così dire.



5.3. Come iniziare

Costruiamo il setup sul banco ottico e posizioniamo lo specchio piano m2 a una piccola distanza dal beamsplitter Bs. Due fasci coerenti, cioè provenienti dalla stessa sorgente luminosa, percorrono un percorso distinto e poi si uniscono l'uno all'altro in E.

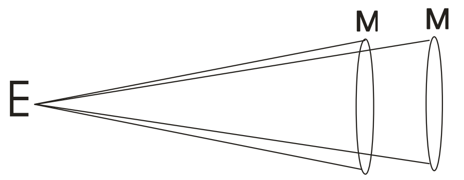


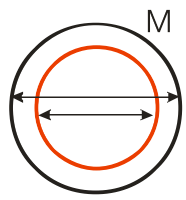
Lo specchio piano m1 si trova a metà del percorso della luce, ricordandoci che in realtà lo specchio M1 si trova proprio sotto l'osservatore in E, in modo da poter vedere la mano dell'osservatore stesso. Quindi il disegno non è affatto in scala. In realtà, il diametro di m1 qui è pari a 100 mm, quindi può ancora contenere tutti i fasci parziali in quel punto. Lo specchio M è a circa 2500 mm da E, lo specchio obliquo m2 è a pochi mm da Bs. Esiste quindi una parallasse, ma è troppo piccola per influenzare visibilmente l'immagine.

Vediamo che nella nostra disposizione il percorso della luce v1 è più lungo del percorso della luce v2 e il percorso della luce b1 è più corto del percorso della luce b1. Per questo motivo chiamiamo questa disposizione, che forma una specie di triangolo, “disposizione di base con percorso luminoso ineguale”.

Quindi la luce di M che ci raggiunge attraverso b2 ha percorso un cammino più lungo della luce di M che ci raggiunge attraverso b1. Quindi, dal punto di vista dell'occhio in E, lo specchio

M è più lontano nel primo caso che nel secondo. Questo illustra in modo esagerato il nostro disegno qui sotto a sinistra. L'occhio vede quindi due superfici circolari che differiscono leggermente nelle dimensioni.



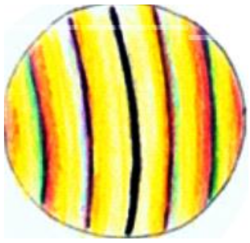
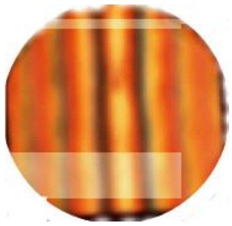


Se la distanza tra Bs e m2 è, ad esempio, di 10 mm, allora b1 è circa 2495 mm e b2 è circa 2505 mm. Facendo i conti, un'immagine dello specchio da E risulta essere di circa 0,6 mm diversa dall'altra immagine dello stesso specchio. Questo ci mostra, in modo molto esagerato, il disegno a destra.

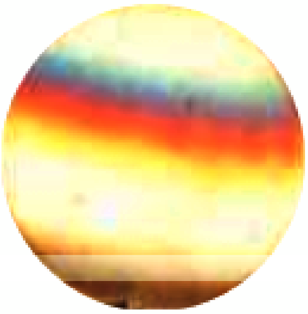
Una costruzione efficace di questa configurazione mostrerà che questa differenza è troppo piccola per essere percepita dall'occhio a una distanza di 2500 mm, ma abbastanza grande da causare un'immagine di interferenza. È proprio per questo che si tratta di un interferometro radiale: entrambe le immagini hanno un diametro diverso.

Poiché si tratta di un'interferenza di luce bianca, possiamo aspettarci dei colori. Ricordiamo che la nostra “sorgente luminosa puntiforme” è dotata di un dimmer regolabile D. Lavoriamo con la massima intensità luminosa. Allineiamo accuratamente il setup con il laser. Abbiamo scoperto che ottenere immagini di interferenza non è facile, anzi questi setup richiedono una precisione quasi draconiana. Le onde luminose sono estremamente piccole, duemila onde in un solo mm. Con aspettative temperate, ma fiduciose, abbiamo guardato il nostro specchio per la prima volta. Quello che abbiamo visto ha superato le nostre più rosee aspettative.

Nel primo disegno, rappresentazione fedele di ciò che appare, vediamo che la regolazione non è ancora al massimo. Le immagini del percorso luminoso non coincidono ancora perfettamente. Se si effettua una regolazione fine con le viti di regolazione, le linee si allargano sempre di più, come mostrato nel disegno al centro. L'immagine a destra è una foto scattata con un telefono cellulare.

Queste linee si allargano man mano che il piccolo specchio m2 si avvicina a Bs. Facciamo attenzione che m2 non tocchi lo splitter Bs. Quest'ultimo per evitare di graffiarlo. Regoliamo di nuovo con attenzione e osserviamo cosa appare a sinistra dell'immagine. Sembra che una singola linea si sia aperta molto di più. Se regoliamo con maggiore precisione utilizzando le numerose viti di regolazione, nella foto a destra non vediamo più linee, ma un cerchio nero centrale circondato da uno giallo. Ci vuole un po' di tempo per abituarsi e chiedersi cosa stiamo vedendo esattamente e come interpretarlo ulteriormente.

A parte questo, le numerose viti di fermo, M6, sono rastremate e dotate di una sfera nella parte inferiore per ridurre al minimo l'attrito.

5.4. Come interpretarlo?

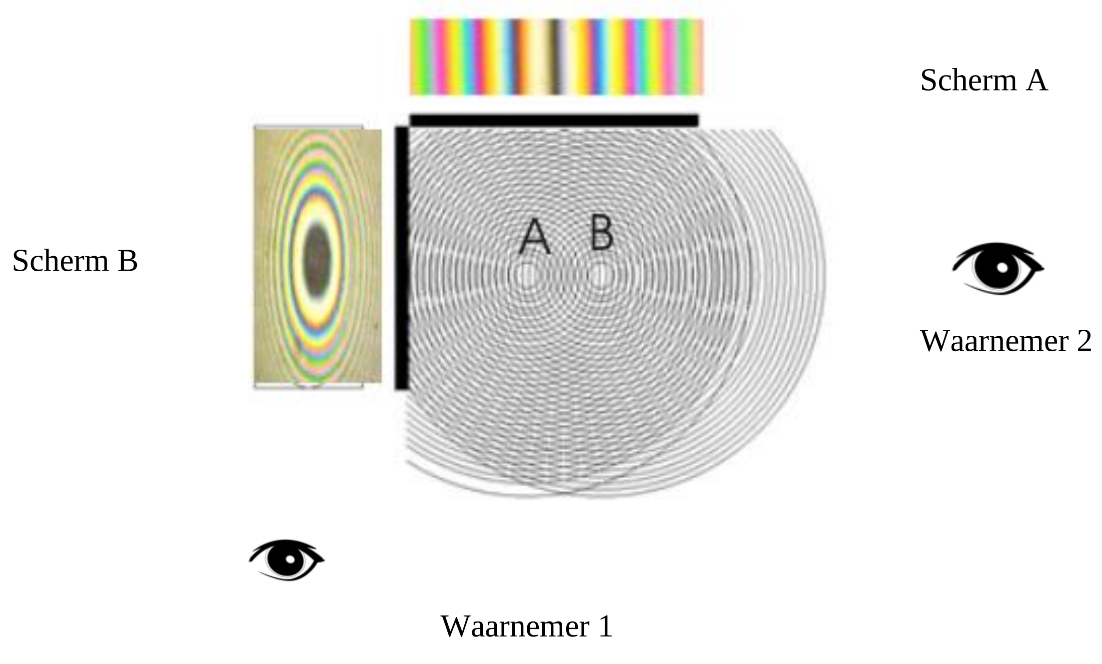
Chiunque abbia familiarità con l'ottica, guardando la prima immagine penserà quasi immediatamente al test delle due fenditure di Young. La seconda immagine, un disegno, sembra riferirsi ai noti anelli di Newton. Abbiamo già spiegato entrambi i fenomeni nel testo al punto 5.7.

Nel disegno che segue, vogliamo spiegare il collegamento tra l'esperimento di Young a due fenditure e gli anelli di Newton.

Osservando il disegno qui sotto, vediamo che le due facce rappresentano più o meno lo stesso evento di interferenza. Due punti di luce, vicini tra loro, generano sfere in continua espansione. Rappresentate in un piano piatto, sono ovviamente rappresentate qui come cerchi.

Dal punto di vista dell'osservatore uno, i punti A e B si trovano uno accanto all'altro e generano sullo schermo A una serie di linee parallele. Dal punto di vista dell'osservatore due, i punti A e B si trovano uno accanto all'altro e generano sullo schermo B una serie di cerchi, chiamati anelli di Newton. Newton li scoprì ma non riuscì a spiegarli perché considerava la luce non come onde ma come piccole particelle.

Se poniamo i due punti A e B non uno accanto all'altro o sotto di esso, ma un po' più in diagonale, allora su uno schermo, situato tra gli schermi A e B, non ci sarebbero linee rette o cerchi, ma curve, e questo proprio come transizione tra cerchi e linee rette. L'inglese Young e il francese Fresnel non erano d'accordo a suo tempo se questo fenomeno di interferenza fosse costituito da diritti o da curve. A quanto pare non guardavano dallo stesso punto di vista.

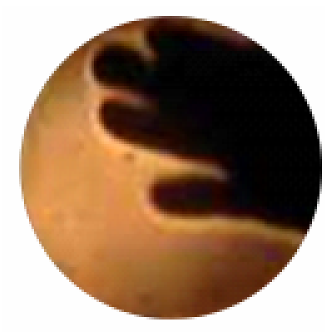


Eseguiamo nuovamente il test di Foucault con il coltello per portare la sorgente luminosa S nel punto di curvatura con la massima precisione possibile. Quindi rimuoviamo il coltello e osserviamo con un'intensità luminosa sufficiente. Notiamo che il nostro specchio è illuminato su tutta la sua superficie con solo pochi colori di interferenza. Questo ci mostra l'immagine qui sotto a sinistra. Una regolazione più precisa porta a immagini in cui la superficie dello specchio è riempita da un solo colore.



Quando portiamo la mano nel percorso della luce, vediamo una serie di filamenti colorati che salgono da essa. La mano è più calda dell'aria circostante e riscalda gli strati d'aria vicini. Ciò modifica l'indice di rifrazione dell'aria in quel punto, dando origine a questi ciuffi. Lo si può vedere anche nell'immagine in basso a sinistra.

Se scuriamo la costellazione al massimo, non vediamo più i ciuffi, ma appare di nuovo la debole fascia nebbiosa e luminosa intorno alla mano, come abbiamo già osservato nella “versione più scura” del test di Foucault. Lo si può vedere nell'immagine qui sotto a destra.

5.5. L'elaborazione matematica

Di seguito, facciamo un giro matematico. Senza calcoli non funziona. La matematica ci permette di controllare la configurazione e di verificare in anticipo, anzi di calcolare, l'aspetto massimo o minimo di un fenomeno. In questo modo abbiamo una presa, per così dire, e anche un potere sulla nostra configurazione. Chi sa cosa sta cercando sa anche cosa troverà. Altrimenti, si lavora nel nulla, a volte si cerca invano e non sempre si capisce cosa si trova. Atteniamoci alla citazione di Kurt Lewin del 1947: “Niente è più pratico di una buona teoria”. Chiarite con alcuni dati il disegno qui sotto.

S = Sorgente, sorgente luminosa puntiforme, luce bianca.

M = Specchio, (maiuscolo) specchio concavo, 155 mm di diametro, f = +/- 1250 mm

m = specchio, (lettera minuscola) piccolo specchio piano, con strato riflettente sulla parte superiore

Bs = cubo beampslitter per luce visiva, 50/50, 20 mm^3.

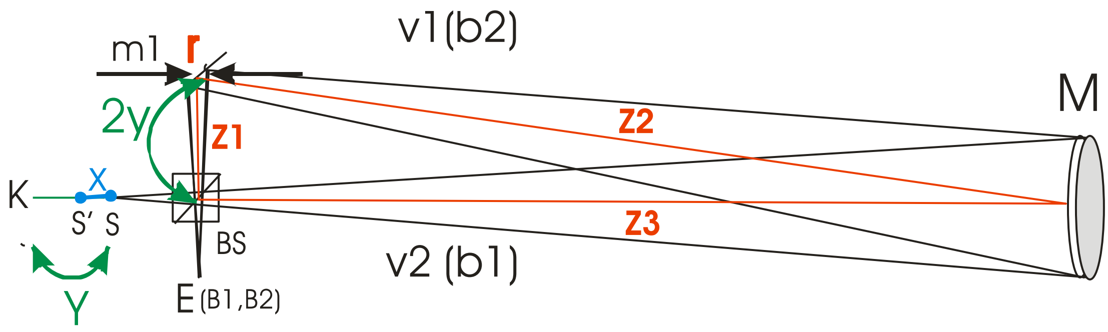
E = occhio, luogo dell'osservatore

v = (minuscolo) distanza dell'oggetto

b = (minuscolo) distanza dell'immagine

B = (maiuscolo) punto immagine

K (maiuscolo) = punto centrale della curvatura



Si noti il triangolo rosso, formato dal centro di Bs, m1, M e di nuovo con il centro di BS. Si tratta di un triangolo rettangolo, con l'angolo retto in BS. Z1 e Z3 sono i lati rettangolari, Z2 è l'ipotenusa ed è ovviamente più lunga di Z3.

La distanza 2y, indicata dall'arco verde a sinistra, è la somma del lato z1, più la differenza di z2 e z3. Più breve; 2y = z1-(z2-z3).

La distanza dal centro di curvatura K a S (l'arco verde in basso) è uguale a una volta y.

Infine, x (in blu), la distanza da S' a S, è data dalla formula :

$$x = sqr\,(y^2 + f^2) - f$$

Con tutti questi dati, cerchiamo di definire le distanze degli oggetti. Otteniamo:

v1 = 2*f - y + 2y + x oppure v1 = 2*f + y + x

v2 = 2*f - y + x

tramite la formula dello specchio 1/f = 1/v + 1/b troviamo :

b1 = v1*f/ v1-f b2 = v2*f/ v2-f

Si pensi che abbiamo i seguenti valori:

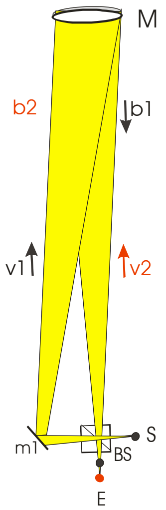
f = 1250, y = 5, x = sqr (5^2 + 1250^2)-1250 o 0,01. Otteniamo:

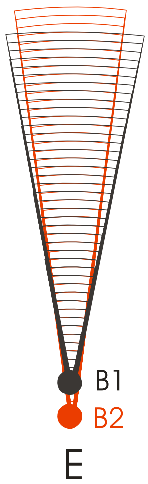
v1 = 2500 + 5 + 0.01 of 2505.01, b1 = 2505.01*1250/2505.01-1250 of 2495.01

v2 = 2500 - 5 + 0.01 of 2495.01, b2 = 2495.01*1250/2495.01-1250 of 2505.01

Vediamo che con questi valori, v1 = b2 e anche che v2 = b1. L'importanza di ciò diventa immediatamente chiara quando ci si rende conto che v2 - b1 = 0, ma anche v1 - b2 = 0. Ciò significa che teoricamente, per l'osservatore in E, i punti immagine B1 e B2 coincidono esattamente. È la situazione spiegata nel disegno 10c.

Se rifacciamo il calcolo per un altro valore, ad esempio y = 10, e ci atteniamo alla formula x = sqr (y^2 + f^2) - f, troviamo sempre che B1 e B2 coincidono. In altre parole, la nostra configurazione ci permette di far coincidere teoricamente due punti di luce coerenti in modo esatto.

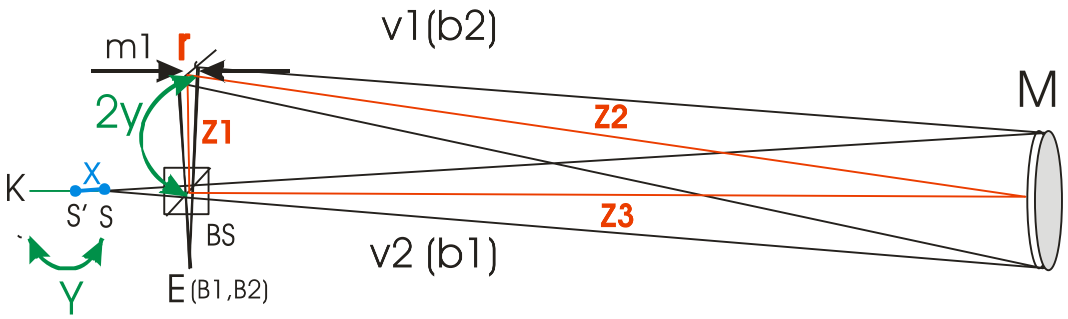




Il disegno in alto a sinistra illustra il percorso della luce nel setup di base (un setup chiuso con percorso della luce non uniforme). Il disegno a destra mostra un dettaglio del percorso della luce vicino a E. I fasci parziali convergenti b1 e B1 non coincidono ancora. Se guardiamo nello specchio, vedremo linee o cerchi. Se coincidono, le linee o i cerchi sono così ampi da uscire dalla superficie dello specchio.

5.6. L'elaborazione algebrica

Dopo la pratica matematica, ora la teoria matematica. Vogliamo concludere questo quinto capitolo con la spiegazione teorica che porta a trovare la formula: x = sqr (y^2 + f^2) - f. Riprendiamo il disegno precedente.



Pensate alla sorgente luminosa puntiforme in S' e cercate di definire algebricamente le distanze dei due oggetti. Osservando l'immagine precedente.

Otteniamo:

v1, la distanza di lancio in senso orario, è uguale alla distanza da S' a S, poi al beamsplitter B, poi allo specchio piccolo m1 e infine allo specchio concavo M, ovvero:

$$v1 = 2*f - (m - r) + 2*m = 2*f + m + r. \quad \textbf{(1)}$$

v2, la distanza in senso antiorario, è uguale alla distanza da S' a S e poi via B a M, ovvero:

$$v2 = 2*f - (m - r) = 2*f - m + r \quad \textbf{(2)}$$

Attraverso la formula dello specchio 1/f = 1/b+1/v troviamo: b = (v*f) / (v-f), per cui b1, la prima distanza dell'immagine, appartenente a v1, e che va da M attraverso B in direzione di E, è uguale a

$$b1 = (2*f-m+r)*f / (2*f-m-r-f) \quad \textbf{(3)}$$

Per b2, la seconda distanza dell'immagine, appartenente a v2, e che passa da M attraverso m1 e B in direzione di E troviamo:

$$b2 = (2*f+m+r)*f / (2*f+m+r-f) \quad \textbf{(4)}$$

Quindi, vedendo sull'immagine dove si trova b1, troviamo che il percorso disponibile per b1 è uguale a v2. Quindi il punto immagine B1 (la lettera maiuscola per distinguerlo dalla lettera minuscola b1, la distanza dell'immagine) si troverà a b1-v2 da E, ovvero:

B1 = b1 - v2

Vedendo in modo del tutto analogo dove si trova b2, troviamo che il percorso disponibile è uguale a v1. Il punto B2 si troverà quindi a b2-v1 di distanza da E.

B2 = b2 - v1

Troviamo la distanza reciproca D tra i due punti immagine B1 e B2 facendo la differenza tra questi ultimi due valori. Otteniamo:

D = B2 - B1 =(b2-v1)-(b1-v2) = (b2-b1) - (v1-v2) **(5)**

Da (1) e (2) troviamo:

(v1-v2)= 2*f-m+r-2*f-m-r= -2*m **(6)**

Possiamo quindi riscrivere la (5) come:

D = (b2-b1)+2*m **(7)**

Ora sostituiamo in (7) per b2 e b1 i valori ottenuti in (3) e (4):

D = ((2*f-m+r)*f/(f-m+r)) - ((2*f+m+r)*f/(f+m+r)) + 2*m

Ora elaboriamo ulteriormente questa equazione.

$=(((2f^2-fm+fr)*(f+m+r)-(2f^2+fm+fr)*(f-m+r))/(f-m+r)*(f+m+r)) +2m$

$= (2f^3+2f^2m+2f^2r-f^2m-fm^2-fmr+f^2r+fmr+fr^2)/(f+m+r)*(f-m+r)$ -

$(2f^3-2f^2m+2f^2r+f^2m-fm^2+fmr-f^2r-fmr+fr^2)/(f+m+r)*(f-m-r) -2m$

$= (2f^2m/(f+m+r)*(f-m-r)) -2m$

$= (2f^2m/(f^2-fm+fr+fm-m^2+mr+fr-mr+r^2)) -2m$

$= (2f^2m/(f^2+2fr+r^2-m^2) - 2m$ o :

$D = (2f^2m/((f+r)^2 - m^2)) - 2m$ **(8)**

Con quest'ultima espressione, abbiamo ora una formula che ci dice a quale distanza si trovano i due punti immagine B1 e B2 nel nostro setup, e questo in funzione della lunghezza focale f del nostro specchio M, del valore di m e dello spostamento radiale r della nostra sorgente luminosa puntiforme.

In questa espressione lasciamo che r aspiri a 0, e lavorando ulteriormente otteniamo: $D = (2f^2m/(f^2 - m^2)) - 2m$

$D = (2f^2m - 2m (f^2 - m^2)) / (f^2 - m^2)$

$D = (2f^2m - 2mf^2 +2m^3) / ((f^2 - m^2)$

$D = 2m^3/(f^2-m^2)$

Si può quindi notare che il valore di D diminuisce al diminuire del valore di m e/o all'aumentare del valore di f. Se, a r = 0, vogliamo avvicinare i punti immagine B1 e B2, dovremo quindi equiparare il più possibile le distanze degli oggetti v1 e v2 e/o utilizzare specchi con lunghe distanze focali.

A questo punto è ovvio chiedersi quando i due punti immagine coincidono davvero, ovvero quando il valore di D diventa uguale a 0. Lo calcoleremo in funzione della distanza r, perché questo valore può essere modificato più facilmente in una disposizione spostando la sorgente luminosa in avanti o indietro. Partendo dall'equazione di cui alla (8), troviamo che:

$D = (2f^2m / ((f+r)^2 - m^2)) - 2m$, oppure: $(2f^2m / ((f+r)^2 - m^2)) - 2m = 0$

e approfondire:

$2f^2m/ ((f+r)^2 - m^2) = 2m$, oppure

$(f+r)^2 - m^2 = 2f^2m/2m$

$(f+r)^2 = f^2 + m^2$

$f + r = sqr(m^2 + f^2)$, oppure

$$r = (sqr(m^2 + f^2)) - f \quad \textbf{(9)}$$

Con quest'ultima formula abbiamo quanto richiesto; un valore nullo per D in funzione di r. Quindi, se r soddisfa la condizione descritta sopra, i due punti immagine B1 e B2 devono praticamente coincidere.