

5. Feines Gewebe in einer geschlossenen Anordnung mit ungleichmäßigem Lichtweg.

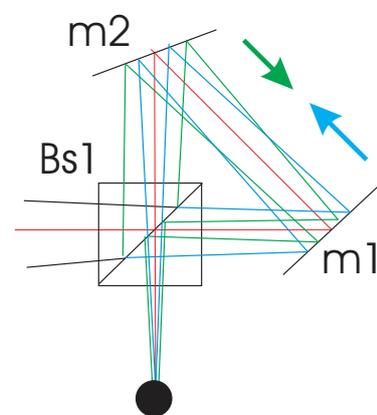
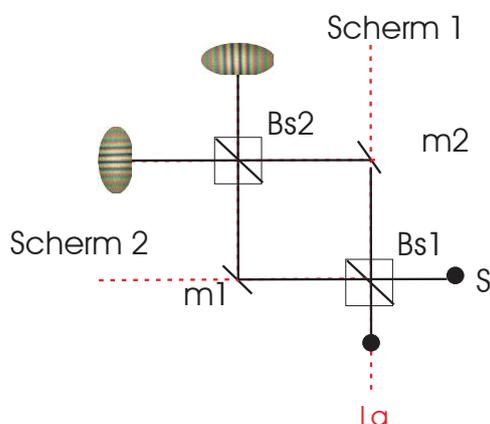
Inhalt

5.1. Ein „offener“ oder ein „geschlossener“ Aufbau.	1
5.2. Die Grundanordnung	2
5.3. Erste Schritte	4
5.4. Wie ist dies zu interpretieren?	7
5.5. Die mathematische Ausarbeitung.....	9
5.6. Die algebraische Ausarbeitung.....	11

Im Folgenden wollen wir tatsächlich eine Art Interferometer bauen. Wir wollen prüfen, ob sich ein Interferenzbild zeigt und was wir sehen, wenn wir die Hand in den Lichtweg bringen.

5.1. Ein „offener“ oder ein „geschlossener“ Aufbau.

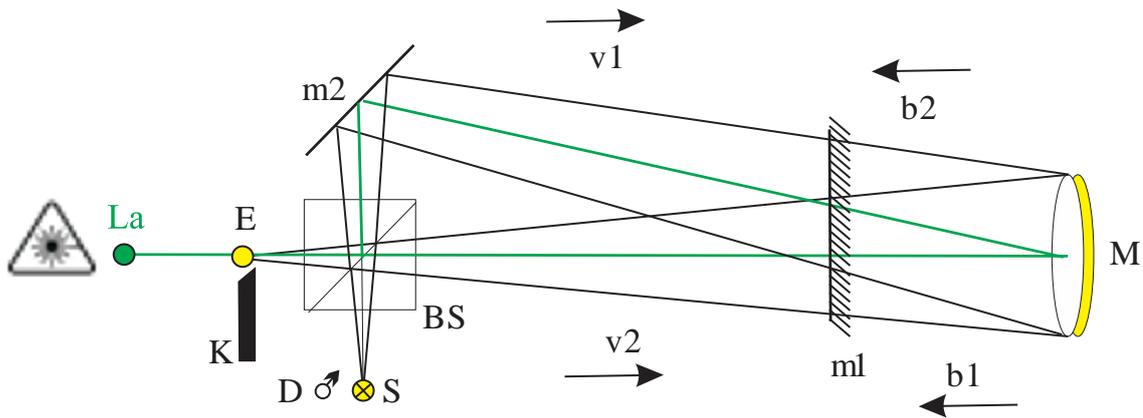
In den vorangegangenen Ausführungen haben wir von einer „offenen“ und einer „geschlossenen“ Anordnung gesprochen. Die Zeichnung auf der linken Seite zeigt eine offene Anordnung. Die beiden Lichtwege - S, Bs1, m1, Bs2 und S, Bs1, m2, Bs2 - folgen jeweils einem anderen Weg. Es ist nicht einfach, die beiden Lichtwege bis auf einen Bruchteil eines Millimeters gleich lang zu machen. Dieses Problem stellte sich bei der Anordnung, von der wir rechts einen Ausschnitt sehen, nicht. Ob das Licht die Anordnung im oder gegen den Uhrzeigersinn durchläuft, macht keinen Unterschied. Wir sprechen daher von einer geschlossenen Anordnung.



In der folgenden Anordnung sehen wir zwei unterschiedliche Lichtwege. Ein erster Strahl durchläuft die Anordnung im Uhrzeigersinn, ein zweiter im Gegenuhrzeigersinn.

5.2. Die Grundanordnung

Der teilweise im Uhrzeigersinn verlaufende Strahl geht von S, dem Strahlteiler BS und m2 zum Spiegel M. Wir nennen diesen Weg die Zielentfernung v_1 . Das Licht konvergiert dann zu BS und E. Wir nennen diesen Weg die Bildentfernung b_1 .

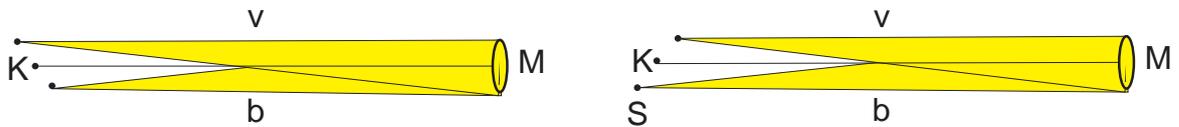


Der gegen den Uhrzeigersinn gerichtete Teilstrahl durchläuft die Anordnung divergierend von S und BS zum Spiegel M. Dieser Weg ist die Bildstrecke v_2 . Dann geht das Licht konvergierend zu m_2 , BS und E. Diesen Weg nennen wir die Bildstrecke b_2 .

Man erkennt in der Form der Anordnung ein Dreieck mit als Rechteck Seite BS- m_2 , als schräge Seite m_2 - M, und als anderes Rechteck Seite M-BS. Es handelt sich also nicht um eine „offene“ Anordnung. Der Lichtweg im Uhrzeigersinn ist genauso lang wie der im Gegenuhrzeigersinn. Dennoch gibt es eine Besonderheit: Der Lichtweg zum Spiegel über m_2 ist länger als der Lichtweg, der direkt von BS zum Spiegel M führt. Man spricht hier von einer „geschlossenen“ Anordnung mit einem ungleichen Lichtweg von beiden Teilstrahlen zum Spiegel M. Dies hat seine Bedeutung. Wir werden später darauf zurückkommen, wenn wir die ebenfalls „geschlossene“ Anordnung, aber mit gleichem Lichtweg, besprechen.

Bei dieser Anordnung gibt es einerseits eine Art umgekehrte Proportionalität zwischen Vorbildabstand und Bildabstand, ausgedrückt in der Spiegelformel $1/f = 1/v + 1/b$.

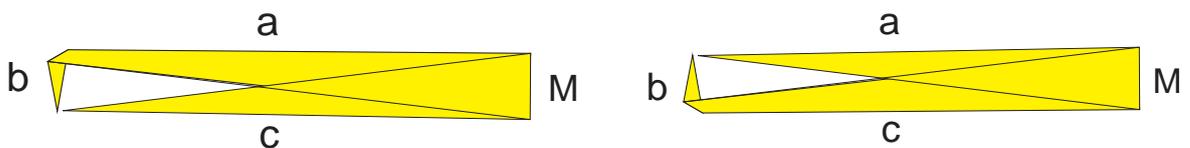
Ist der Objektabstand groß, so ist der Bildabstand klein, und umgekehrt ist der Bildabstand groß, wenn der Objektabstand klein ist.



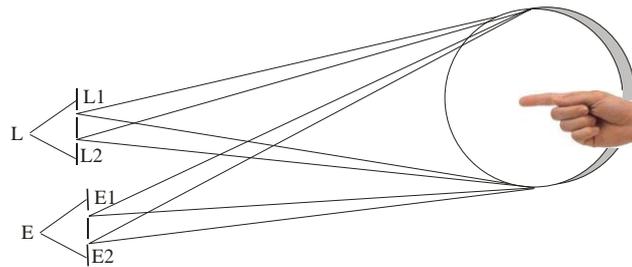
Man kann sagen, dass diese umgekehrte Proportionalität auch in einem Dreieck gilt: In der Zeichnung links unten ist die Summe der Seiten $a + b$ größer als die Seite c , und in der Zeichnung rechts unten ist die Summe der Seiten $b + c$ größer als die Seite a .



Das Gleiche wie oben gilt für die beiden folgenden Zeichnungen. Aber hier kann man auch die Analogie zur obigen Zeichnung sehen, die die Objekt- und Bildentfernung zeigt, bei der aber die längste Entfernung mit einem „Knick“ versehen wurde, damit wir das Dreieck in jeder der beiden Figuren erkennen. Mathematisch gesehen geht es darum, die Objekt- und Bildentfernung so zu wählen, dass sie genau in das Dreieck passen, so dass sich ihre Konvergenzpunkte perfekt in einem Scheitelpunkt treffen. Dass dies nicht so einfach ist, zeigt die dafür erforderliche algebraische Operation, die wir am Ende dieses Textes wiedergeben.

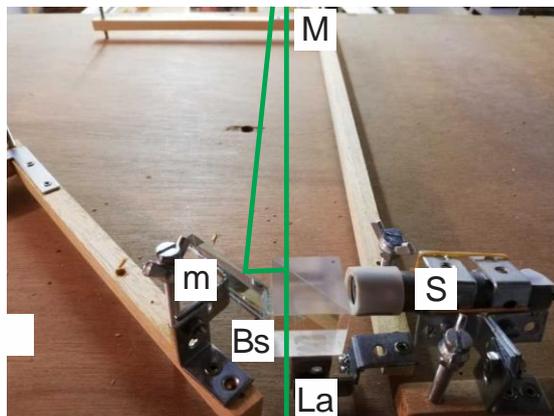


Wir können uns den Grundaufbau auch als eine Lichtquelle vorstellen, die in zwei Teilstrahlen zerlegt wird, in etwa analog zu Youngs Zwei-Teiler-Experiment. Nach der Reflexion am Spiegel vereinigen sich die Teilstrahlen wieder, diesmal aber über einen Strahlteiler. Außerdem fallen in unserem Aufbau die Lichtquelle L und der Standort des Beobachters E sozusagen zusammen.



5.3. Erste Schritte

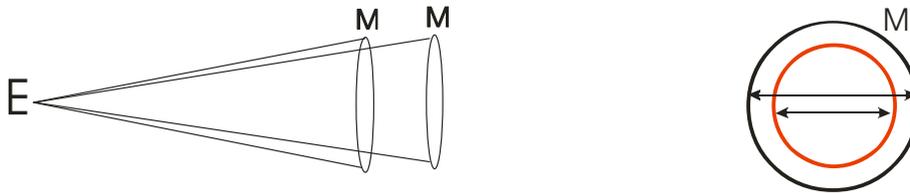
Wir bauen den Aufbau auf der optischen Bank auf und platzieren den Planspiegel m_2 in geringem Abstand zum Strahlteiler B_s . Zwei kohärente, d. h. von derselben Lichtquelle stammende Strahlen durchlaufen einen bestimmten Weg und vereinigen sich anschließend in E .



Der Planspiegel m_1 befindet sich auf halber Strecke des Lichtweges und erinnert uns daran, dass sich der Spiegel M_1 in Wirklichkeit genau unter dem Beobachter in E befindet, so dass die eigene Hand des Beobachters zu sehen ist. Die Zeichnung ist also keineswegs maßstabsgetreu. In Wirklichkeit ist der Durchmesser von M_1 hier gleich 100 mm, so dass er noch alle Teilstrahlen an dieser Stelle aufnehmen kann. Der Spiegel M ist etwa 2500 mm von E entfernt, der Schrägspiegel m_2 ist einige mm von B_s entfernt. Es gibt also eine Parallaxe, aber sie ist zu gering, um das Bild sichtbar zu beeinflussen.

Wir sehen, dass in unserer Anordnung der Lichtweg v_1 länger ist als der Lichtweg v_2 und der Lichtweg b_1 kürzer ist als der Lichtweg b_2 . Wir nennen diese Anordnung, die in etwa ein Dreieck bildet, deshalb „Grundanordnung mit ungleichem Lichtweg“.

Das Licht von M, das uns über b_2 erreicht, hat also einen längeren Weg zurückgelegt als das Licht von M, das uns über b_1 erreicht. Aus der Sicht des Auges in E ist der Spiegel M also im ersten Fall weiter entfernt als im zweiten Fall. Dies veranschaulicht unsere Zeichnung unten links in überspitzter Weise. Das Auge sieht also zwei Kreisflächen, die sich in ihrer Größe leicht unterscheiden.



Beträgt der Abstand von B_s zu m_2 beispielsweise 10 mm, dann ist b_1 ungefähr 2495 mm und b_2 ungefähr 2505 mm. Rechnen wir nach, so ergibt sich, dass ein Bild des Spiegels von E aus etwa 0,6 mm anders groß ist als das andere Bild desselben Spiegels. Dies zeigt uns, stark übertrieben, die Zeichnung auf der rechten Seite.

Eine effektive Konstruktion dieses Aufbaus wird zeigen, dass dieser Unterschied zu gering ist, um vom Auge in 2500 mm Entfernung noch wahrgenommen zu werden, aber groß genug, um ein Interferenzbild zu verursachen. Aus diesem Grund handelt es sich um ein Radialinterferometer: beide Bilder haben einen unterschiedlichen Durchmesser.

Da es sich um eine Interferenz von weißem Licht handelt, können wir Farben erwarten. Erinnern wir uns daran, dass unsere „Punktlichtquelle“ mit einem einstellbaren Dimmer D ausgestattet ist. Wir arbeiten mit maximaler Lichtintensität. Wir richten den Aufbau genau auf den Laser aus. Wir haben festgestellt, dass es nicht einfach ist, Interferenzbilder zu erhalten, denn diese Aufbauten erfordern eine fast drakonische Genauigkeit. Die Lichtwellen sind extrem klein, zweitausend Wellen auf einem Millimeter. Mit gedämpften Erwartungen, aber dennoch hoffnungsvoll, schauten wir zum ersten Mal auf unseren Spiegel. Was wir dann zu sehen bekamen, übertraf unsere kühnsten Erwartungen.

In der ersten Zeichnung, der getreuen Darstellung dessen, was sich zeigt, sehen wir, dass die Einstellung noch nicht maximal ist. Die Bilder des Lichtweges stimmen noch nicht perfekt überein. Bei der Feineinstellung mit den Stellschrauben verbreitern sich die Linien immer mehr, wie in der Zeichnung in der Mitte zu sehen ist. Das Bild rechts ist ein Foto, das mit einem Mobiltelefon aufgenommen wurde.



Diese Linien werden breiter, je näher der kleine Spiegel m_2 an B_s herankommt. Wir achten darauf, dass m_2 den Splitter B_s nicht berührt. Letzteres, um Kratzer am Splitter zu vermeiden. Wir justieren wieder vorsichtig und sehen, was links im Bild zu sehen ist. Es sieht so aus, als hätte sich eine einzelne Linie viel weiter geöffnet. Wenn wir mit den vielen Einstellschrauben genauer justieren, sehen wir auf dem rechten Bild keine Linien mehr, sondern einen zentralen schwarzen Kreis, der von einem gelben Kreis umgeben ist. Es ist etwas gewöhnungsbedürftig, sich zu fragen, was genau wir sehen und wie wir es weiter interpretieren sollen.



Nebenbei bemerkt sind die vielen Madenschrauben M6 verjüngt und mit einer Kugel am unteren Ende versehen, um die Reibung zu minimieren.



5.4. Wie ist dies zu interpretieren?

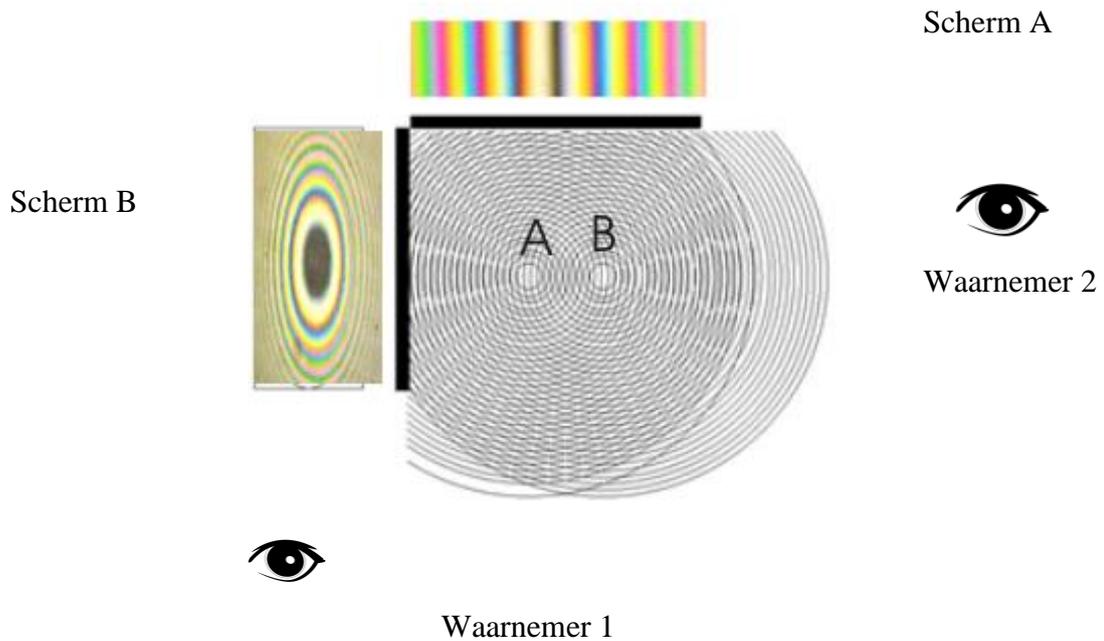
Jeder, der sich mit Optik auskennt, wird beim Betrachten des ersten Bildes fast sofort an den Young'schen Doppelspalttest denken. Das zweite Bild, eine Zeichnung, scheint mit den bekannten Newton'schen Ringen zu tun zu haben. Beide Phänomene haben wir bereits im Text unter Abschnitt 5.7 erläutert.

In der folgenden Zeichnung wollen wir den Zusammenhang zwischen dem Young'schen Doppelspaltexperiment und den Newton'schen Ringen erklären.

Wenn wir die Zeichnung unten betrachten, sehen wir, dass die beiden Seiten so ziemlich das gleiche Interferenzereignis darstellen. Zwei nahe beieinander liegende Lichtpunkte erzeugen sich kontinuierlich ausdehnende Kugeln. In einer flachen Ebene dargestellt, werden sie hier offensichtlich als Kreise dargestellt.

Aus der Sicht des ersten Beobachters liegen die Punkte A und B nebeneinander und erzeugen auf dem Bildschirm A eine Reihe von parallelen Linien. Aus der Sicht des zweiten Beobachters liegen die Punkte A und B Rücken an Rücken und erzeugen auf dem Bildschirm B eine Reihe von Kreisen, die so genannten Newton'schen Ringe. Newton entdeckte sie, konnte sie aber nicht erklären, weil er Licht nicht als Wellen, sondern als kleine Teilchen betrachtete.

Legt man die beiden Punkte A und B nicht neben- oder untereinander, sondern etwas schräger, so ergeben sich auf einem Bildschirm, der zwischen den Bildschirmen A und B liegt, keine Geraden oder Kreise, sondern Kurven, und zwar genau als Übergang zwischen Kreisen und Geraden. Der Engländer Young und der Franzose Fresnel waren sich zu ihrer Zeit nicht einig, ob es sich bei dieser Interferenzerscheinung um Geraden oder Kurven handelt. Sie haben offenbar nicht vom gleichen Standpunkt aus geschaut.



Wir führen den Foucault-Test mit dem Messer erneut durch, um die Lichtquelle S so genau wie möglich in den Krümmungspunkt zu bringen. Dann entfernen wir das Messer und beobachten mit ausreichender Lichtintensität. Wir stellen fest, dass unser Spiegel über seine gesamte Fläche mit nur wenigen Interferenzfarben beleuchtet wird. Das zeigt uns das Bild links unten. Eine genauere Einstellung führt zu Bildern, bei denen die Spiegeloberfläche nur mit einer einzigen Farbe ausgefüllt ist.



Wenn wir die Hand in den Lichtweg bringen, sehen wir eine Reihe von farbigen Fäden, die von ihr ausgehen. Die Hand ist wärmer als die umgebende Luft und erwärmt diese nahe gelegenen Luftschichten. Dadurch ändert sich der Brechungsindex der Luft an dieser Stelle, was zu diesen Strahlen führt. Wir können dies auch im Bild unten links sehen.

Wenn wir die Konstellation bis zum Maximum abdunkeln, sehen wir die Strahlen nicht mehr, aber das schwache, neblige und leuchtende Band um die Hand erscheint wieder, wie wir

es schon bei der „dunkleren Version“ des Foucault-Tests beobachtet haben. Dies ist auf dem Bild unten rechts zu sehen.



5.5. Die mathematische Ausarbeitung

Im Folgenden machen wir einen mathematischen Rundgang. Ohne Berechnungen geht es einfach nicht. Mit Hilfe der Mathematik haben wir den Aufbau im Griff und können das maximale oder minimale Auftreten eines Phänomens im Voraus überprüfen, ja sogar berechnen. Wir bekommen sozusagen eine Handhabe und auch Macht über unseren Aufbau. Wer weiß, wonach er sucht, weiß auch, was er findet. Ansonsten arbeitet man im luftleeren Raum, sucht manchmal vergeblich und versteht auch nicht immer, was man findet. Halten wir uns an das Zitat von Kurt Lewin von 1947: „Nichts ist praktischer als eine gute Theorie“. Verdeutlichen Sie die nachstehende Zeichnung mit einigen Daten.

S = Quelle, Punktlichtquelle, weißes Licht.

M = Spiegel, (Großbuchstabe) Hohlspiegel, 155 mm Durchmesser, $f = \pm 1250$ mm

m = Spiegel, (Kleinbuchstabe) kleiner flacher Spiegel, mit reflektierender Schicht auf der Oberseite

Bs = Beamsplitter-Würfel für sichtbares Licht, 50/50, 20 mm³.

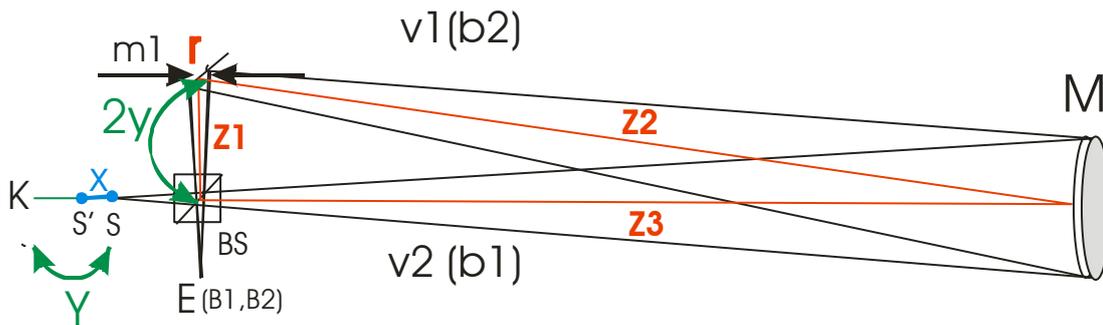
E = Auge, Ort des Betrachters

v = (Kleinbuchstaben) Objektstand

b = (Kleinbuchstabe) Bildabstand

B = (Großbuchstabe) Bildpunkt

K (Großbuchstabe) = Krümmungsmittelpunkt



Beachten Sie das rote Dreieck, das durch den Mittelpunkt von Bs, m1, M und wiederum durch den Mittelpunkt von BS gebildet wird. Es ist ein rechtwinkliges Dreieck, mit dem rechten Winkel in BS. Z1 und Z3 sind die rechtwinkligen Seiten, Z2 ist die Hypotenuse und ist offensichtlich länger als Z3.

Der Abstand $2y$, der durch den grünen Bogen auf der linken Seite angezeigt wird, ist die Summe der Seiten $z1$, plus die Differenz von $z2$ und $z3$. Kürzer; $2y = z1 - (z2 - z3)$.

Der Abstand vom Krümmungsmittelpunkt K zu S (der grüne Bogen unten) ist gleich dem Einfachen von y .

Schließlich ist x (in blau), der Abstand von S' zu S , durch die Formel gegeben:

$$x = \text{sqr}(y^2 + f^2) - f$$

Mit all diesen Daten versuchen wir, die Entfernungen der Objekte zu bestimmen. Wir erhalten:

$$v1 = 2*f - y + 2y + x \text{ oder } v1 = 2*f + y + x$$

$$v2 = 2*f - y + x$$

Über die Spiegelformel $1/f = 1/v + 1/b$ erhalten wir:

$$b1 = v1*f / v1 - f \quad b2 = v2*f / v2 - f$$

Zur Veranschaulichung haben wir die folgenden Werte:

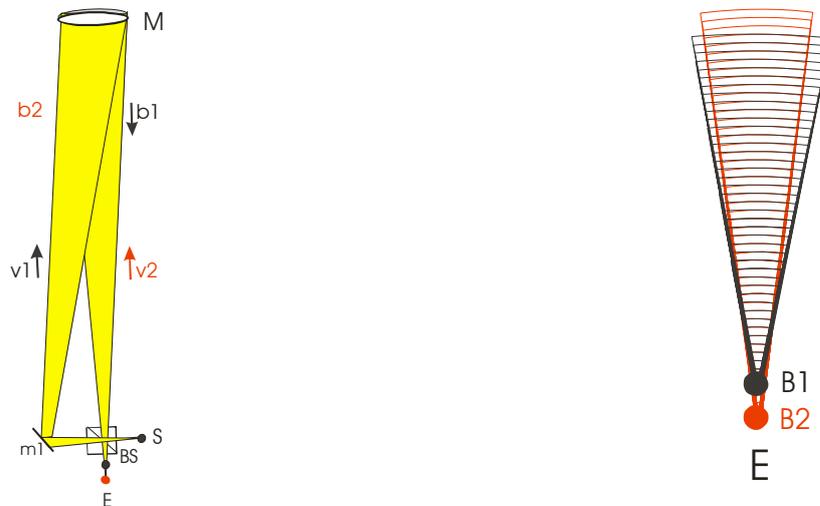
$$f = 1250, y = 5, x = \text{sqr}(5^2 + 1250^2) - 1250 \text{ oder } 0,01. \text{ Wir erhalten:}$$

$$v1 = 2500 + 5 + 0,01 \text{ oder } 2505,01, b1 = 2505,01 * 1250 / 2505,01 - 1250 \text{ oder } 2495,01$$

$$v2 = 2500 - 5 + 0,01 \text{ oder } 2495,01, b2 = 2495,01 * 1250 / 2495,01 - 1250 \text{ oder } 2505,01$$

Wir sehen, dass bei diesen Werten $v_1 = b_2$ ist, und auch, dass $v_2 = b_1$ ist. Wie wichtig das ist, wird sofort klar, wenn man sich vergegenwärtigt, dass $v_2 - b_1 = 0$ ist, aber auch $v_1 - b_2 = 0$. Das bedeutet, dass für den Beobachter in E die Bildpunkte B1 und B2 theoretisch genau zusammenfallen. Es ist die Situation, wie sie in Zeichnung 10c erklärt wurde.

Wenn wir die Berechnung für einen anderen Wert, z. B. $y = 10$, wiederholen und uns an die Formel $x = \sqrt{y^2 + f^2} - f$ halten, stellen wir immer fest, dass B1 und B2 zusammenfallen. Mit anderen Worten: Mit unserem Aufbau können wir theoretisch zwei kohärente Lichtpunkte genau zur Deckung bringen.



Die Zeichnung oben links zeigt den Weg des Lichts im Grundaufbau (geschlossener Aufbau mit ungleichmäßigem Lichtweg). Die Zeichnung rechts zeigt einen Ausschnitt des Lichtweges bei E. Die konvergierenden Teilstrahlen b1 und B1 fallen noch nicht zusammen. Wenn wir in den Spiegel schauen, sehen wir Linien oder Kreise. Wenn sie zusammenfallen, dann sind die Linien oder Kreise so breit, dass sie außerhalb der Spiegelfläche liegen.

5.6. Die algebraische Ausarbeitung

Nach der mathematischen Praxis nun die mathematische Theorie. Wir wollen dieses fünfte Kapitel mit der theoretischen Erklärung abschließen, die dazu führt, die Formel zu finden: $x = \sqrt{y^2 + f^2} - f$. Nehmen wir wieder die vorherige Zeichnung.

Wir finden den gegenseitigen Abstand D zwischen den beiden Bildpunkten B1 und B2, indem wir die Differenz zwischen den beiden letzteren Werten bilden. Wir erhalten:

$$D = B2 - B1 = (b2 - v1) - (b1 - v2) = (b2 - b1) - (v1 - v2) \quad (5)$$

Aus (1) und (2) ergibt sich:

$$(v1 - v2) = 2 * f - m + r - 2 * f - m - r = -2 * m \quad (6)$$

Wir können also (5) umschreiben als:

$$D = (b2 - b1) + 2 * m \quad (7)$$

Setzen Sie nun in (7) für b2 und b1 die in (3) und (4) erhaltenen Werte ein:

$$D = ((2 * f - m + r) * f / (f - m + r)) - ((2 * f + m + r) * f / (f + m + r)) + 2 * m$$

Nun arbeiten wir diese Gleichung weiter aus.

$$= (((2f^2 - fm + fr) * (f + m + r) - (2f^2 + fm + fr) * (f - m + r)) / ((f - m + r) * (f + m + r))) + 2m$$

$$= (2f^3 + 2f^2m + 2f^2r - f^2m - fm^2 - fmr + f^2r + fmr + fr^2) / ((f + m + r) * (f - m + r)) -$$

$$(2f^3 - 2f^2m + 2f^2r + f^2m - fm^2 + fmr - f^2r - fmr + fr^2) / ((f + m + r) * (f - m - r)) - 2m$$

$$= (2f^2m / ((f + m + r) * (f - m - r))) - 2m$$

$$= (2f^2m / (f^2 - fm + fr + fm - m^2 + mr + fr - mr + r^2)) - 2m$$

$$= (2f^2m / (f^2 + 2fr + r^2 - m^2)) - 2m \text{ oder :}$$

$$D = (2f^2m / ((f+r)^2 - m^2)) - 2m \quad (8)$$

Mit diesem letzten Ausdruck haben wir nun eine Formel, die uns sagt, in welchem Abstand die beiden Bildpunkte B1 und B2 in unserem Aufbau liegen, und zwar in Abhängigkeit von der Brennweite f unseres Spiegels M, vom Wert für m und von der radialen Verschiebung r unserer Punktlichtquelle.

In diesem Ausdruck lassen wir r gegen 0 streben, und wenn wir weiterrechnen, erhalten wir $D = (2f^2m / (f^2 - m^2)) - 2m$

$$D = (2f^2m - 2m(f^2 - m^2)) / (f^2 - m^2)$$

$$D = (2f^2m - 2mf^2 + 2m^3) / (f^2 - m^2)$$

$$D = 2m^3 / (f^2 - m^2)$$

Man sieht also, dass der Wert von D abnimmt, wenn der Wert von m abnimmt und / oder der Wert von f zunimmt. Wenn wir bei r = 0 die Bildpunkte B1 und B2 näher zusammenbringen

wollen, müssen wir also die Objektabstände v_1 und v_2 so weit wie möglich angleichen und/oder Spiegel mit großen Brennweiten verwenden.

Die naheliegende Frage ist nun, wann die beiden Bildpunkte wirklich zusammenfallen bzw. wann der Wert für D gleich 0 wird. Wir berechnen dies in Abhängigkeit von der Entfernung r , denn dieser Wert lässt sich in einer Anordnung am einfachsten ändern, indem man die Lichtquelle nach vorne oder hinten bewegt. Ausgehend von der in (8) angegebenen Gleichung ergibt sich

$$D = (2f^2m / ((f+r)^2 - m^2)) - 2m, \text{ oder: } (2f^2m / ((f+r)^2 - m^2)) - 2m = 0$$

und weiter ausarbeiten:

$$2f^2m / ((f+r)^2 - m^2) = 2m, \text{ oder}$$

$$(f+r)^2 - m^2 = 2f^2m/2m$$

$$(f+r)^2 = f^2 + m^2$$

$$f + r = \text{sqr}(m^2 + f^2), \text{ oder}$$

$$\mathbf{r = (\text{sqr}(m^2 + f^2)) - f} \quad \mathbf{(9)}$$

Mit dieser letzten Formel haben wir die geforderte Nullstelle für D in Abhängigkeit von r . Wenn also r die oben beschriebene Bedingung erfüllt, müssen die beiden Bildpunkte B_1 und B_2 praktisch zusammenfallen.